Prüfung am Beruflichen Gymnasium
zum Erwerb der allgemeinen Hochschulreife

Musterprüfungsaufgaben für das Abitur ab 2024

Fach: Mathematik

IBBW
Institut für Bildungsanalysen
Baden-Württemberg

Baden-Württemberg

Dezember 2024 (2. Auflage)

1 Überfachliches Vorwort

Vor dem Hintergrund der weiterentwickelten Festlegungen in der Vereinbarung zur Gestaltung der gymnasialen Oberstufe und der Abiturprüfung durch die Kultusministerkonferenz (KMK) sowie der neuen gymnasialen Oberstufe am Beruflichen Gymnasium in Baden-Württemberg werden die Prüfungsmodalitäten im Hinblick auf die Aufgabenstruktur, die Auswahloption, die Prüfungsdauer und die Anzahl der zu erreichenden Bewertungseinheiten angepasst.

Die landeseigenen Abiturprüfungsaufgaben in den Fächern Deutsch, Mathematik, den fortgeführten Fremdsprachen und den Naturwissenschaften, für die Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife vorliegen, werden zudem den Modalitäten des ländergemeinsamen Aufgabenpools, die am Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) entwickelt werden, angeglichen. Im Sinne der qualitativen Vergleichbarkeit (z. B. bezüglich der Struktur der Prüfung oder der Bewertungseinheiten) wirkt sich dies auch auf weitere Prüfungsfächer aus.

Grundlage für die Erstellung der Abituraufgaben sind die ab dem Schuljahr 2021/2022 für das Berufliche Gymnasium gültigen Bildungspläne, denen die Bildungsstandards bzw. die einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung (EPA) zugrunde liegen, sowie die Rahmenvorgaben des Kultusministeriums und die für die jeweilige Abiturprüfung erlassenen Anforderungen. Darüber hinaus wird ein stärkerer Fokus auf kompetenzorientierte Prüfungsaufgaben gelegt. Genauere Ausführungen hierzu und die Links zu den entsprechenden fachspezifischen Grundlagen sind in den jeweiligen Vorworten hinterlegt.

Das vorliegende Dokument dient dazu, die fachspezifischen Prüfungsmodalitäten, den Aufbau der Abiturprüfung und die Struktur des Erwartungshorizonts anhand von Musterprüfungsaufgaben zu illustrieren. Zu diesem Zweck wird der Erwartungshorizont zu den Musterprüfungsaufgaben an geeigneten Stellen mit Hinweisen zu den Aufgaben(-formaten) versehen werden. Diese beschreiben die Struktur der einzelnen Aufgaben und verdeutlichen deren Funktion sowie die auf den Operatoren basierenden Kriterien, die den Erwartungen an eine Schülerlösung zugrunde liegen.

Im kommentierten Erwartungshorizont wird unter direkter Bezugnahme auf die im jeweiligen Fach-Bildungsplan formulierten (Teil-) Ziele beispielhaft dargelegt, welche Kompetenz-, Inhalts- und Anforderungsbereiche mit den einzelnen Aufgaben überprüft werden. Zentral ist hierbei die Frage, inwiefern dies durch den in der Aufgabenformulierung gewählten Operator gewährleistet wird.

Die vorliegenden Musterprüfungsaufgaben dienen damit der Information der Fachlehrkräfte zur Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler auf die Abiturprüfung ab 2024 und gleichermaßen allen mit der Erstellung von Aufgabenvorschlägen beauftragten Fachlehrkräften als Vorlage und Unterstützung.

Inhaltsverzeichnis

2 Fachspezifische Hinweise

Im Folgenden werden die Struktur und der Ablauf der schriftlichen Abiturprüfung im Fach Mathematik ab dem Schuljahr 2023/2024 beschrieben. Hierbei bestehen Unterschiede zwischen dem erhöhten Anforderungsniveau (eAN) und dem grundlegenden Anforderungsniveau (gAN). Für jedes der beiden Niveaus beinhalten beide Prüfungsteile (Teil A und Teil B) der Prüfung jeweils drei Sachgebiete: Analysis, Stochastik und Lineare Algebra.

Die Änderung der Struktur der schriftlichen Prüfung resultiert insbesondere aus den seit 2017 gemäß den Vereinbarungen der KMK (Kultusministerkonferenz der Länder) bundesweit verbindlich einzuhaltenden Bildungsstandards (siehe: https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf). Der Anteil der Aufgaben aus dem gemeinsamen Abituraufgabenpool der Länder (IQB) an den vorliegenden Aufgaben beträgt mindestens 50 % der erreichbaren Bewertungseinheiten. Dabei besteht derzeit die Regelung, dass keinerlei Änderungen vorgenommen werden dürfen.

Neben der Verteilung der Anforderungsbereiche für die beiden Anforderungsniveaus betreffen die Änderungen in der Abiturprüfung vor allem eine angepasste Struktur in der Bepunktung der Aufgaben, so dass diese mit jener des Abitur-Aufgabenpools übereinstimmt. Darüber hinaus spiegelt das entwickelte Musterabitur die ab dem Schuljahr 2021/2022 gültigen, kompetenzorientierten Bildungspläne (siehe: https://www.bildungsplaene-bw.de/bg2021) auf der Basis der Bildungsstandards wider.

Die von der KMK vorgeschriebene Wahloption für die Schüler des eAN und gAN in Teil A der Prüfung (ohne Hilfsmittel) und die Auswahl der Lehrerinnen und Lehrer in den drei Sachgebieten in Teil B der Prüfung (Hilfsmittel sind hier erlaubt) beeinflussen den Ablauf der Prüfung. Die Schülerauswahl beinhaltet auch die Option einer Problemlöseaufgabe (PLA).

Für die Bewertung der Prüfung gelten die vorgegebenen Korrekturrichtlinien für die Lehrkräfte des Landes BW sowie die Vorgaben der KMK zur Festlegung der Notenpunkte aus den bei der Bearbeitung der Prüfungsaufgabe erreichten Bewertungseinheiten.

Im Folgenden wird zunächst eine Beschreibung der vorgeschlagenen Struktur und des festgelegten Auswahlmodus gemäß der Unterscheidung in erhöhtes und grundlegendes Anforderungsniveau dargelegt. Details zum Ablauf der schriftlichen Prüfung werden dann nachfolgend beschrieben. Hinweise zu der Problemlöseaufgabe und zur Verwendung der Aufgaben zur mündlichen Prüfung schließen sich an.

Das beiliegende Musterabitur stellt Aufgabenbeispiele für die neue Abiturprüfung vor. Die hier vorgelegten Aufgaben bilden die im Bildungsplan für das Fach Mathematik festgelegten Vorgaben ab. Insofern finden sich auch die im Bildungsplan aufgeführten Operatoren in den Musterprüfungsaufgaben wieder.

Die Erstellung der Aufgaben erfolgte auf der Grundlage der Qualitätskriterien des IQB für Abituraufgaben (https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/dokumente/mathematik/). Diese beinhalten u. a. Kriterien für Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertungshinweise. Den Kriterien für einzelne Aufgaben stehen damit auch horizontale Kriterien über die einzelnen Aufgaben hinweg für die Erstellung zur Verfügung. Durch ein Ausbalancieren der Inhalte, der Anforderungsbereiche und der unterschiedlichen Kompetenzen wurde ein ausgewogenes Verhältnis dieser Aspekte angestrebt. Darüber hinaus illustrieren verschiedene Aufgaben Neuerungen im Bildungsplan oder präzisieren diesen. Damit verstehen sich die hier vorgelegten Aufgaben auch als Konkretisierung des Bildungsplans und stellen damit eine weitere Orientierungshilfe dar.

Die Auswahl der Aufgaben aus dem IQB-Abituraufgabenpool (IQB-Pool) für das Fach Mathematik (siehe https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/dokumente/mathematik/) wurde konform zum neuen Bildungsplan getroffen. Insbesondere wurden keine Aufgaben mit intensiver Verwendung von (Funktions-, Ebenen- und Geraden-) Scharen oder Hypothesentests gewählt. Jedoch wurde bewusst mit den Aufgaben eine Auswahl getroffen, die zeigt, welche Inhalte noch innerhalb des neuen Bildungsplans zu verorten sind. Ein Beispiel sind Aufgabenteile mit Funktionen, deren Parameter durch die Aufgabenstellung festzulegen ist. Weiterhin wurden Aufgaben gewählt, welche neue Inhalte des aktuellen Bildungsplans abbilden, z. B. den Stetigkeitsbegriff oder Optimierungsaufgaben ohne Anwendungskontext. Diese Besonderheiten sind in den Erwartungshorizonten der entsprechenden Teilaufgaben kommentiert.

Bei der Erstellung und Auswahl der Aufgaben des Musterabiturs wurde darauf geachtet, dass in einem Umfang von mindestens 50 % Aufgaben aus dem IQB-Pool entnommen sind. Um welche Aufgabe es sich dabei jeweils handelt, ist durch den Quellenverweis zu Beginn des jeweiligen Erwartungshorizonts kenntlich gemacht. Dort finden sich auch weitere Bemerkungen zu unterschiedlichen Aspekten von (Teil-) Aufgaben aus dem IQB-Pool.

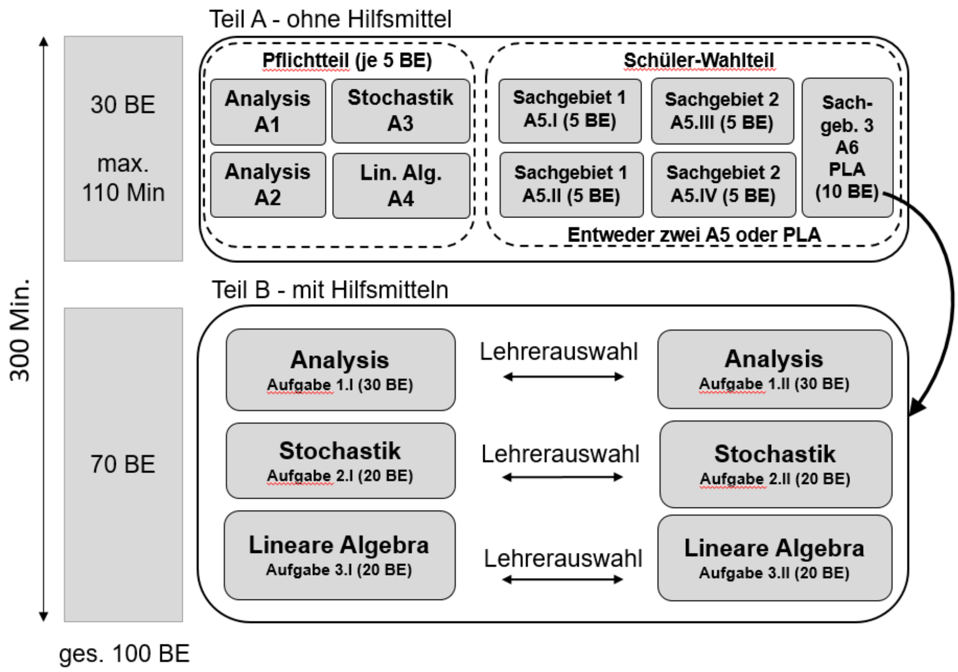
Es wird ein möglichst breites Spektrum an Aufgabentypen und Anforderungen durch die Musteraufgaben dargestellt. Die Häufung neuer Bildungsplaninhalte und von Randgebieten in den Aufgaben soll hauptsächlich dazu dienen, eine gewisse Bandbreite an Aufgaben hierzu zur Verfügung zu stellen. Dies ist jedoch nicht als Hinweis zu verstehen, dass in den Abiturprüfungen diese Aspekte schwerpunktmäßig in den Aufgaben abgebildet sein müssen.

Weitere Beispiele von Abituraufgaben befinden sich in der Aufgabensammlung und den Abituraufgabenpools 2017 bis 2024 zur Umsetzung der Bildungsstandards Mathematik (siehe https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik/).

Die Handreichungen zu den neuen Bildungsplänen der Beruflichen Gymnasien in BW, sowie die Merkhilfe findet man unter: http://www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/berufliche-schularten/berufliches-gymnasium-oberstufe/

2.1 Struktur der schriftlichen Prüfung

2.1.1 Erhöhtes Anforderungsniveau (eAN) – Übersicht



<u>Erläuterungen:</u>

Teil A (ohne Hilfsmittel)

In diesem Prüfungsteil sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Insgesamt sind hier maximal 30 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar. Davon sind 10 BE Schülerwahl.

Die Aufgaben des Pflicht- und Wahlteils unterscheiden sich durch die Gewichtung der Anforderungsbereiche. Im Pflichtteil finden sich „elementare“ Aufgaben (ohne Anforderungsbereich III), im Wahlteil auch „komplexere“ Aufgaben (mit Anforderungsbereich III).

Die Anordnung in der Aufgabennummerierung (1 a, b, c; 2 a, b, …) ist im Pflichtteil in der folgenden Reihenfolge: Analysis, Stochastik, Lineare Algebra, gemäß der obigen Darstellung. Die Seitennummerierung ist lückenlos fortlaufend.

Die Aufgaben umfassen 5 BE oder 10 BE.

Im Pflichtteil müssen alle Aufgaben bearbeitet werden. Dies sind die Aufgaben mit den Nummern 1 bis 4.

Für die anschließenden Aufgaben besteht eine Schülerauswahl. Es sind dies die Aufgaben mit den Nummern 5 bzw. 6. Den Schülerinnen und Schülern werden vier Aufgaben 5 mit jeweils 5 BE und eine Problemlöseaufgabe 6 (PLA) mit 10 BE vorgelegt. Diese Aufgaben decken alle drei Sachgebiete (Analysis, Stochastik, Lineare Algebra) ab. Von den vier Aufgaben 5 decken immer zwei das gleiche Sachgebiet ab, die PLA das übrige.

Die Schülerinnen und Schüler wählen entweder genau zwei der vier Aufgaben 5 (insgesamt 10 BE, diese können aus demselben Sachgebiet sein). Oder sie wählen alternativ die Problemlöseaufgabe 6 mit 10 BE. Sie kann in Teil B (mit Hilfsmitteln) bearbeitet werden (siehe 2.2 „Ablauf der schriftlichen Prüfung“).

Die Aufgaben der Linearen Algebra können sowohl das Themengebiet Vektorgeometrie als auch das Themengebiet Matrizen beinhalten. Beim letztgenannten Themengebiet sind die Inhalte so gewählt, dass diese unabhängig von den speziellen Kenntnissen aus den drei Profilierungen (Produktionsprozesse (WG), Abbildungen (TG), Austausch- und Populationsprozesse (AG, BTG, EG, SGG)) von den Schülerinnen und Schülern gelöst werden können.

Teil B (mit Hilfsmitteln)

In diesem Prüfungsteil sind als Hilfsmittel der in der Schule eingeführte wissenschaftliche Taschenrechner WTR (ohne Handbuch bzw. Einlegeblatt), die für die beruflichen Schulen (BS) in Baden-Württemberg eingeführte Merkhilfe sowie die mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung des IQB erlaubt. Weitere Hilfsmittel sind nicht zulässig.

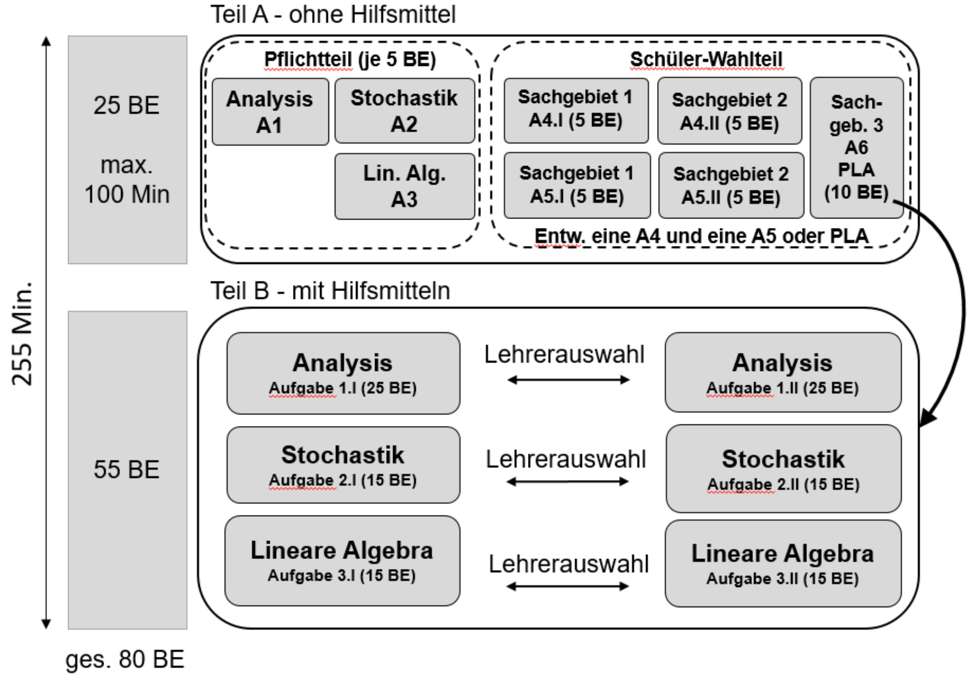
Für jedes der drei Sachgebiete werden zwei Aufgaben (unterschieden durch die Nummerierung I oder II) vorgelegt. Es besteht Auswahl durch die Fachlehrkraft. Aus jedem der drei Sachgebiete wird genau eine Aufgabe ausgewählt.

Die Anordnung in der Aufgabennummerierung (1; 2; 3) ist in der folgenden Reihenfolge: Analysis, Stochastik, Lineare Algebra. Die Nummerierung der Teilaufgaben ist dabei jeweils wie in folgendem Beispiel: 1.1 a, b, …; 1.2 a, b, … Die Seitennummerierung ist lückenlos fortlaufend.

Im Sachgebiet Analysis sind maximal 30 BE erreichbar. In den Sachgebieten Stochastik und Lineare Algebra sind jeweils maximal 20 BE erreichbar.

Die Lineare Algebra kann Teilaufgaben sowohl aus der Vektorgeometrie als auch aus dem Themengebiet Matrizen enthalten. Dabei können die Aufgaben auch vollständig aus einem der beiden Themengebiete, aber auch aus beiden Themengebieten mit unterschiedlicher Gewichtung zusammengestellt sein. Beim Themengebiet Matrizen sind die Inhalte so gewählt, dass diese unabhängig von den speziellen Kenntnissen aus den drei Profilierungen (Produktionsprozesse (WG), Abbildungen (TG), Austausch- und Populationsprozesse (AG, BTG, EG, SGG)) von den Schülerinnen und Schülern gelöst werden können.

2.1.2 Grundlegendes Anforderungsniveau (gAN) – Übersicht



<u>Erläuterung:</u>

Teil A (ohne Hilfsmittel)

In diesem Prüfungsteil sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Insgesamt sind hier maximal 25 BE erreichbar. Davon sind 10 BE Schülerwahl.

Die Aufgaben 1 bis 4 unterscheiden sich von den Aufgaben 5 durch die Gewichtung der Anforderungsbereiche. Die Aufgaben 1 bis 4 sind „elementare" Aufgaben (ohne Anforderungsbereich III), die Aufgaben 5 „komplexere" Aufgaben (mit Anforderungsbereich III), wobei die Aufgabe 6 innerhalb einer umfangreicheren Aufgabe beide Aspekte erfüllt.

Die Lineare Algebra besteht im gAN nur aus der Vektorgeometrie.

Die Anordnung in der Aufgabennummerierung (1 a, b, c; 2 a, b, …) ist im Pflichtteil in der folgenden Reihenfolge: Analysis, Stochastik, Lineare Algebra, gemäß der obigen Darstellung. Die Seitennummerierung ist lückenlos fortlaufend.

Die Aufgaben umfassen 5 BE oder 10 BE.

Im Pflichtteil müssen alle Aufgaben bearbeitet werden. Dies sind die Aufgaben mit den Nummern 1 bis 3.

Für die anschließenden Aufgaben besteht eine Schülerauswahl. Es sind dies die Aufgaben mit den Nummern 4 bis 6.

Den Schülerinnen und Schülern werden zwei Aufgaben 4 mit jeweils 5 BE, zwei Aufgaben 5 mit jeweils 5 BE und eine Problemlöseaufgabe (PLA) mit 10 BE vorgelegt. Diese Aufgaben decken alle drei Sachgebiete (Analysis, Stochastik, Lineare Algebra) ab. Die Aufgaben 4 und 5 decken jeweils zwei Sachgebiete ab, die PLA das übrige.

Die Schülerinnen und Schüler wählen entweder genau eine Aufgabe 4 und eine Aufgabe 5 (insgesamt 10 BE, diese können aus demselben Sachgebiet sein). Oder sie wählen alternativ die Problemlöseaufgabe 6 mit 10 BE. Sie kann in Teil B (mit Hilfsmitteln) bearbeitet werden (siehe 2.2 „Ablauf der schriftlichen Prüfung“).

Teil B (mit Hilfsmitteln)

In diesem Prüfungsteil sind als Hilfsmittel der in der Schule eingeführte wissenschaftliche Taschenrechner WTR (ohne Handbuch bzw. Einlegeblatt), die für die beruflichen Schulen (BS) in Baden-Württemberg eingeführte Merkhilfe sowie die mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung des IQB erlaubt. Weitere Hilfsmittel sind nicht zulässig.

Für jedes der drei Sachgebiete werden zwei Aufgaben (unterschieden durch die Nummerierung I oder II) vorgelegt. Es besteht eine Auswahl durch die Fachlehrkraft. Aus jedem der drei Sachgebiete wird genau eine Aufgabe ausgewählt.

Die Anordnung in der Aufgabennummerierung (1; 2; 3) ist in der folgenden Reihenfolge: Analysis, Stochastik, Lineare Algebra. Die Nummerierung der Teilaufgaben ist dabei jeweils wie in folgendem Beispiel: 1.1 a, b, …; 1.2 a, b, … Die Seitennummerierung ist lückenlos fortlaufend.

Im Sachgebiet Analysis sind maximal 25 BE erreichbar. In den Sachgebieten Stochastik und Lineare Algebra sind jeweils maximal 15 BE erreichbar.

Die Lineare Algebra besteht im gAN nur aus der Vektorgeometrie.

2.2 Ablauf der schriftlichen Prüfung

Zu Prüfungsbeginn stehen den Schülerinnen und Schülern alle Aufgaben (d. h. Teil A und Teil B der Prüfung) zur Bearbeitung zur Verfügung. Alle Aufgabenblätter verbleiben bis zum Prüfungsende beim Prüfling.

Die Schülerinnen und Schüler entscheiden selbst über den Zeitpunkt der Abgabe der Bearbeitungen zum Teil A. Dieser Zeitpunkt muss im eAN innerhalb der ersten 110 Minuten nach Prüfungsbeginn sein. Im gAN ist dies entsprechend innerhalb der ersten 100 Minuten.

Wird vom Prüfling aus Teil A die Option PLA (Aufgabe 6) gewählt, so besteht die Möglichkeit, diese Aufgabe in Teil B zu bearbeiten und die zugelassenen Hilfsmittel für die Bearbeitung dieser Aufgabe auch einzusetzen. Die Schülerinnen und Schüler bekunden spätestens zum Ende der Prüfung auf eindeutige Weise (z. B. durch Kenntlichmachung auf der Checkliste), welche der Aufgaben zur Wertung herangezogen werden sollen, falls Bearbeitungen vorgenommen wurden, die einander ausschließen.

Die zugelassenen Hilfsmittel (WTR, Merkhilfe und die mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung des IQB) bekommen die Prüflinge genau dann, wenn die Bearbeitungen von Teil A (ggf. ohne PLA) unwiderruflich abgegeben worden sind.

Die gesamte Arbeitszeit beträgt im eAN 300 Minuten und im gAN 255 Minuten. Darin enthalten sind jeweils 30 Minuten Auswahlzeit (für die Schülerauswahl in Teil A).

2.3 Hinweise zur Problemlöseaufgabe

2.3.1 Grundbemerkungen

Die Aufnahme von Problemlöseaufgaben (PLA) im Abitur spiegelt die zentrale Bedeutung der Kompetenz des „Problemlösens" als eine Schlüsselqualifikation für Studium und Beruf wider, die durch den Mathematik-Unterricht gestärkt wird.

Darüber hinaus können durch offene (und damit Problemlöse-)Aufgaben in besonderem Maß die Merkmale kognitiv aktivierenden Unterrichts realisiert werden. Die Aufnahme dieses Aufgabentyps ist somit auch eine Reaktion auf empirische Forschungsergebnisse zu lernwirksamem Unterricht[1].

Mit Problemlöseaufgaben verschiebt sich die Akzentuierung des Anforderungsprofils hin zu den prozessbezogenen Kompetenzen.

Die zur Wahl gestellte Aufgabe soll so den Lernenden die Chance eröffnen, im Umfang von zehn Bewertungseinheiten die im Unterricht erworbenen Fähigkeiten und Fertigkeiten auch in der Prüfung verstärkt einzubringen.

2.3.2 Zur Wahlmöglichkeit

Die PLA wird den Lernenden im Wahlteil von Teil A (ohne Hilfsmittel) zur Verfügung gestellt. Sie kann anstelle der beiden Wahlaufgaben im Bereich der Schülerwahl ausgewählt werden.

In diesem Fall darf die PLA mit in Teil B der Prüfung (mit Hilfsmitteln) übernommen und somit mit Hilfsmitteln bearbeitet werden. Sie wird zusammen mit den Aufgaben aus Teil B abgegeben.
(s. auch Kapitel 2.1 Struktur der schriftlichen Prüfung). Im Anhang (ab Seite 109) finden sich vier weitere Beispiele für Problemlöseaufgaben.

2.3.3 Zum Umgang mit dem Bewertungsraster

Das Bewertungsraster mit dem jeweiligen Erwartungshorizont zu den einzelnen PLA folgt dem Problemlöseschema, wie es im Bildungsplan (BPE 8) ausgeführt ist. Es dient als Hilfe, die Problemlösekompetenzen der SuS kriteriengeleitet und bildungsplankonform zu beurteilen.

Die jeweiligen Indikatoren sind beispielhaft zu verstehen. Sie variieren in ihrer Gewichtung von Aufgabe zu Aufgabe. Es müssen somit nicht bei jeder Aufgabe alle Kriterien erfüllt sein, um die volle Punktzahl zu erhalten. Ebenso sind auch die im Erwartungshorizont formulierten Lösungsideen exemplarisch zu verstehen, in dem Sinne, dass hier mögliche Ansätze, Aspekte, Schwierigkeiten, … skizziert werden. Weitere, nicht dargestellte, sinnvolle Vorgehensweisen sollten als gleichwertig erachtet und beurteilt werden können.

Auf eine fein abgestufte Bepunktung der einzelnen Komponenten muss aufgrund der Offenheit der Aufgaben und damit verbundenen Vielfalt der Lösungswege verzichtet werden. Unter Berücksichtigung der Vorgabe, dass die mathematischen Prozess-Kompetenzen stärker in den Fokus rücken und somit insgesamt höher gewichtet werden (als Faustformel mit ca. 60 % der BE), liegt die Verteilung der zehn Bewertungseinheiten in der Verantwortung der Lehrkraft**.**

[1] Fauth, Benjamin/ Leuders, Timo: kognitive Aktivierung im Unterricht; Schriftenreihe IBBW: „Wirksamer Unterricht"-Band 2, 2018

2.4 Hinweise zur mündlichen Prüfung

Im Gegensatz zur bisherigen Abiturprüfung an den Beruflichen Gymnasien ist es ab 2024 möglich, Mathematik auf grundlegendem Anforderungsniveau (gAN) als lediglich mündlich geprüftes fünftes Prüfungsfach zu wählen. Demnach kommt der mündlichen Abiturprüfung in Mathematik eine neue Bedeutung zu, da die 20-minütige Prüfungszeit das gleiche Gewicht erhält wie die schriftliche Prüfung in einem der anderen vier Prüfungsfächer.

Um dieser neuen Bedeutung gerecht zu werden, finden Sie im Kapitel „Mündliche Prüfungen“ neben unterschiedlichen Beispielen zu möglichen Prüfungsaufgaben auch eine exemplarische Darstellung relevanter rechtlicher und pädagogischer Gesichtspunkte.

3 Musterprüfungsaufgaben

Wichtiger Hinweis:

Vor dem Hintergrund eines Beschlusses der Kultusministerkonferenz werden die **Prüfungsmodalitäten im Fach Mathematik** ab der Abiturprüfung 2025 im Sinne der Schülerinnen und Schüler angepasst.

Die Anpassungen betreffen auf grundlegendem und erhöhtem Anforderungsniveau jeweils **den Prüfungsteil B**. Auf grundlegendem Anforderungsniveau (gAN) erfolgt eine **Reduktion der Gesamtzahl der erreichbaren Bewertungseinheiten** (BE) um 20 BE auf 80 BE, im erhöhten Anforderungsniveau (eAN) um 20 BE auf 100 BE gemäß nachstehender Aufstellung:

gAN	Analysis (Aufgabe 1)	25 BE (statt bislang 35 BE)
	Stochastik (Aufgabe 2)	15 BE (statt bislang 20 BE)
	Lineare Algebra (Aufgabe 3)	15 BE (statt bislang 20 BE)
eAN	Analysis (Aufgabe 1)	30 BE (statt bislang 40 BE)
	Stochastik (Aufgabe 2)	20 BE (statt bislang 25 BE)
	Lineare Algebra (Aufgabe 3)	20 BE (statt bislang 25 BE)

Im Weiteren wird der **späteste Zeitpunkt der Abgabe der Bearbeitungen zu den Aufgaben aus Prüfungsteil A** auf 100 Minuten (gAN) bzw. 110 Minuten (eAN) nach Prüfungsbeginn festgelegt. Die Möglichkeit der Abgabe der Bearbeitungen der jeweiligen Aufgabe 6 (Problemlöseaufgabe) zum Ende der gesamten Prüfungszeit besteht unverändert.

Zu beachten ist, dass die ab der Abiturprüfung 2025 geltenden Anpassungen in den nachfolgenden Musteraufgaben nicht berücksichtigt sind.

Prüfungsrelevante Stoffgebiete:	Siehe Prüfungserlass des Ministeriums für Kultus, Jugend und Sport
Prüfungsfach: **Bearbeitungszeit:**	**2.2.1 Mathematik (eAN)** **300 Minuten**
Hilfsmittel:	Deutsches Rechtschreibnachschlagewerk **Zusätzlich in Teil B sowie für die Problemlöseaufgabe (PLA):** Eingeführter Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne Handbuch) Mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung Mathematische Merkhilfe Die zusätzlich zugelassenen Hilfsmittel bekommt der Prüfling genau dann, wenn Teil A unwiderruflich abgegeben wurde. Dies muss spätestens 110 Minuten nach Beginn der Prüfung geschehen.
Stoffgebiete:	Teil A — Analysis, Stochastik, Lin. Algebra Pflichtteil: Aufgaben 1 bis 4 — S. X – X Wahlteil: Aufgabe 5 (4 Aufgaben) — S. X – X Aufgabe 6 (PLA) — S. X – X Teil B — Analysis (1 Aufgabe) — S. X – X oder S. X – X Stochastik (1 Aufgabe) — S. X – X oder S. X – X Lineare Algebra (1 Aufgabe) — S. X – X oder S. X – X
Bemerkungen:	In Teil A sind **alle Aufgaben 1 bis 4** zu bearbeiten. Ebenso in Teil A wählen die Schülerinnen und Schüler **entweder zwei aus vier Aufgaben 5** aus den Sachgebieten 1 und 2 **oder** die **Aufgabe 6** (PLA) aus dem verbleibenden Sachgebiet. In Teil B wählen die Lehrkräfte in jedem Sachgebiet eine der beiden vorliegenden Aufgaben aus, **alle vorgelegten Aufgaben** sind von den Schülerinnen und Schülern zu bearbeiten.

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**
2.2.1	**Mathematik (eAN)**

Checkliste schriftliche Abiturprüfung

- Kreuzen Sie die erledigten Aufgaben im entsprechenden Kästchen ☐ an.
- Teil A: Tragen Sie bei Bearbeitung von zwei der vier Aufgaben 5 die von Ihnen getroffene Auswahl (I, II, III oder IV) ein. Falls Sie stattdessen Aufgabe 6 bearbeiten, kreuzen Sie diese an.
- Verwenden Sie für jede Aufgabe einen neuen Bogen.

Teil A – ohne Hilfsmittel

<u>Pflichtteil</u>: Sie müssen alle vier Aufgaben bearbeiten.

☐ Aufgabe 1 (5 BE)

☐ Aufgabe 2 (5 BE)

☐ Aufgabe 3 (5 BE)

☐ Aufgabe 4 (5 BE)

<u>Wahlteil</u>: Sie wählen zwei der Aufgaben 5 **<u>oder</u>** nur die Aufgabe 6 (Problemlöseaufgabe).

☐ Aufgabe 5 Auswahl ___ (5 BE) ☐ Aufgabe 5 Auswahl ___ (5 BE)	☐ Aufgabe 6 (10 BE)
Abgabe nach maximal 110 Min.	**Übernahme in Teil B** – mit Hilfsmitteln

Teil B – mit Hilfsmitteln

Sie müssen alle drei Aufgaben bearbeiten.

☐ Aufgabe 1 (30 BE)

☐ Aufgabe 2 (20 BE)

☐ Aufgabe 3 (20 BE)

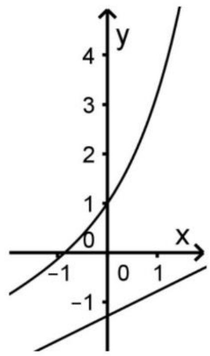
Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	**Pflichtteil**	**Aufgabe 1**

1 Analysis **BE**

Gegeben ist die in IR definierte Funktion f mit $f(x) = e^x + \frac{1}{2}x$.

a Begründen Sie, dass der Graph von f und der Graph der in IR definierten Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{2}x - 1$ keinen gemeinsamen Punkt besitzen. 2

b Für eine positive reelle Zahl c wird die in IR definierte Funktion g_c mit $g_c(x) = \frac{1}{2}x - c$ betrachtet. 3
Die Abbildung zeigt die Graphen von f und g_c. Die beiden Graphen schließen mit der y-Achse und der Gerade mit der Gleichung x = 1 eine Fläche mit dem Inhalt 3 ein.
Berechnen Sie c.



5

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	**Pflichtteil**	**Aufgabe 2**

2 Analysis **BE**

Die Funktion f ist gegeben durch $f(x) = x^3 + x$; $x \in IR$. Das Schaubild von f ist K.

a Zeigen Sie, dass K keine waagrechte Tangente besitzt. 3
Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente an K mit der Steigung 1.

b Eine der folgenden Abbildungen zeigt das Schaubild einer Stammfunktion von f. 2
Begründen Sie, welche dies ist.

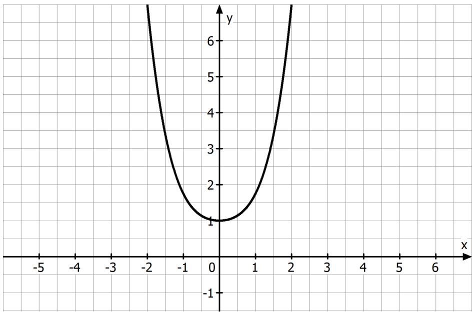


Abb. 1

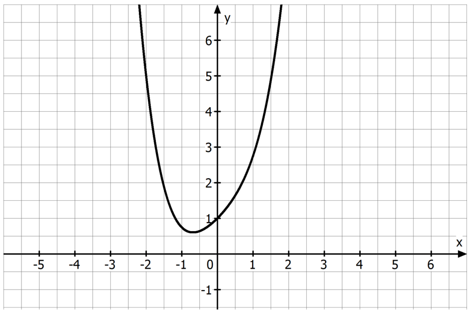


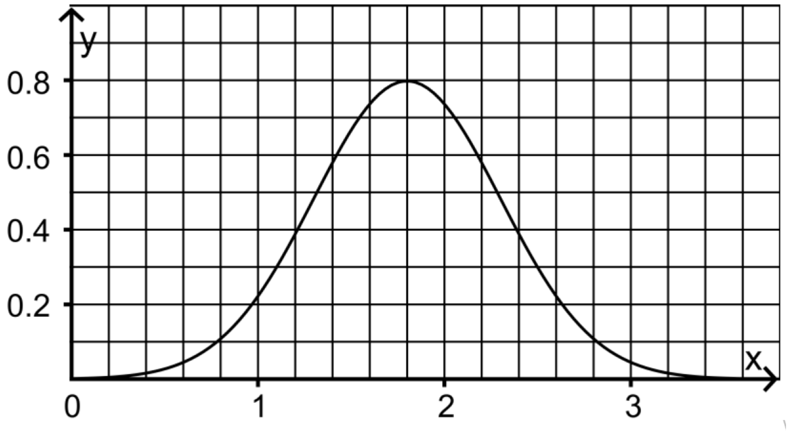
Abb. 2

5

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.1	Mathematik (eAN)	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	Pflichtteil	Aufgabe 3

3 Stochastik **BE**

Die Abbildung zeigt den Graphen der Dichtefunktion einer normalverteilten Zufallsgröße X.



a Geben Sie den Erwartungswert von X an. 1

b Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass X den Wert 2,4 annimmt. 1

c Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass X einen Wert aus dem Intervall $[1; 1{,}4]$ annimmt. 3

5

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	**Pflichtteil**	**Aufgabe 4**

4 Vektorgeometrie **BE**

Gegeben sind die Geraden

g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit $s \in \mathbb{R}$.

a Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunkts von g und h an. 2
Zeigen Sie, dass g und h senkrecht zueinander verlaufen.

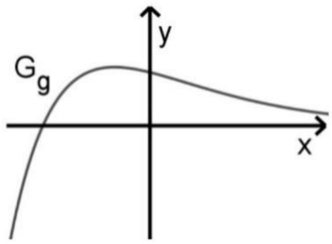
b Die Ebene E enthält die Geraden g und h. 3
Bestimmen Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform.

5

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	**Wahlteil**	**Aufgabe 5 – Auswahl I**
(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)		

5 Analysis **BE**

Die Abbildung zeigt den Graphen G_g einer in IR definierten, differenzierbaren Funktion g.
Betrachtet wird eine in IR definierte Funktion f, für deren erste Ableitungsfunktion $f'(x) = e^{g(x)}$ gilt.



a Untersuchen Sie, ob der Graph von f einen Extrempunkt hat. 2

b Untersuchen Sie, ob der Graph von f einen Wendepunkt hat. 3

5

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	**Wahlteil**	**Aufgabe 5 – Auswahl II**
(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)		

5 Analysis **BE**

Für einen festen Wert b, b > 0, ist die Funktion p festgelegt durch 5

$p(x) = \frac{1}{4}x(x+2)(x-b)$; $x \in IR$.

Beurteilen Sie, welche der folgenden Aussagen wahr und welche der Aussagen falsch sind.

(1) Für $x \rightarrow -\infty$ gilt: $p(x) \rightarrow -\infty$

(2) Der Graph von p besitzt einen Hochpunkt mit positiver x-Koordinate.

(3) Es existiert genau ein Wert für b, so dass der Graph jeder Stammfunktion von p symmetrisch zur y-Achse ist.

5

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	**Wahlteil**	**Aufgabe 5 – Auswahl III**
(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)		

5 Stochastik **BE**

Die Zufallsgrößen X und Y können jeweils die Werte 3, 4 und 5 annehmen.

a Für die Zufallsgröße X gilt $P(X = 3) = \frac{1}{3}$ und $P(X = 4) = \frac{1}{4}$. 2
Bestimmen Sie den Erwartungswert von X.

b Für die Zufallsgröße Y gilt $P(Y = 3) = \frac{1}{3}$, $P(Y = 4) \geq \frac{1}{6}$ und $P(Y = 5) \geq \frac{1}{6}$. 3
Bestimmen Sie alle Werte, die für den Erwartungswert von Y infrage kommen.

5

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.1	Mathematik (eAN)	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	Wahlteil	Aufgabe 5 – Auswahl IV
(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)		

5 Stochastik **BE**

Bei einem Zufallsexperiment können die Ereignisse A und B eintreten. 5

Die Wahrscheinlichkeit, dass A eintritt, beträgt $\frac{1}{3}$.

Der Wert für die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_A(B)$ ist $\frac{3}{5}$.

Der Wert für die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_{\overline{B}}(\overline{A})$ ist $\frac{5}{9}$.

Stellen Sie den Sachverhalt in zwei unterschiedlichen Baumdiagrammen dar, tragen Sie die gegebenen Wahrscheinlichkeiten ein und ermitteln Sie den Wert von P(B).

5

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil A (PLA)	**Wahlteil**	**Aufgabe 6**
(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)		
Diese Aufgabe 6 kann in Teil B (mit Hilfsmittel) übernommen und dort bearbeitet werden.		

6 Vektorgeometrie **BE**

Bearbeiten Sie die folgende Aufgabe unter Berücksichtigung der einzelnen Problemlöseschritte, dokumentieren und reflektieren Sie Ihre Vorgehensweise. 10

Durch Vertauschen (Permutation) der Koordinaten eines Punktes $A(2|4|6)$ entstehen neue Punkte.
Formulieren Sie zwei Annahmen über die Lage der Punkte und untersuchen Sie, ob Ihre Annahmen zutreffen.

10

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	**Pflichtteil**	**Aufgabe 1 – Lehrerauswahl I**

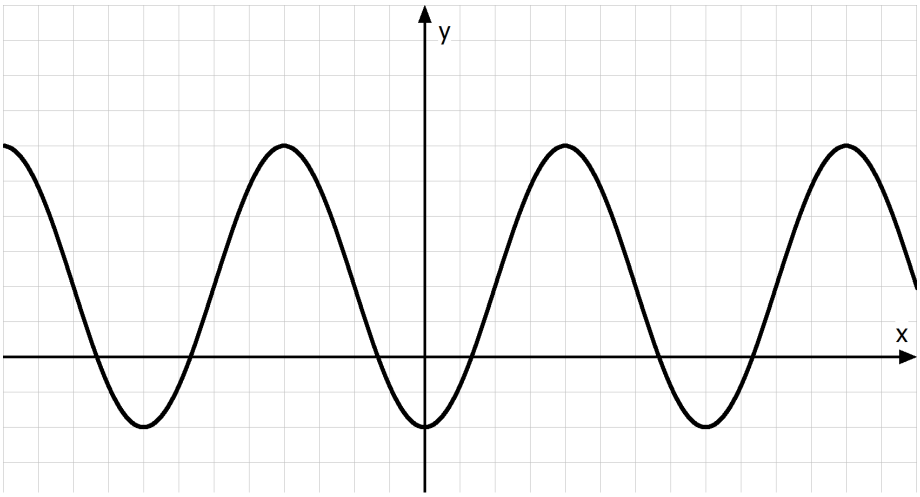
1 Analysis **BE**

1.1 Gegeben ist die Funktion g durch

$g(x) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}(x-1)\right)+1$; $x \in IR$.

Der Graph von g ist K_g.

a Die folgende Abbildung zeigt K_g. 3
Zeichnen Sie die passende Skalierung der Koordinatenachsen in das unten abgebildete Schaubild ein.
Geben Sie ohne Rechnung die Koordinaten von zwei benachbarten Wendepunkten von K_g an.



b Beschreiben Sie, durch welche Transformationen K_g aus dem Graphen von p mit $p(x) = \sin(x)$; $x \in IR$ erzeugt wird. 3

1.2 Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = -e^{\ln(2)x} + 2$; $x \in IR$.
Der Graph von f ist K_f.
Gegeben ist zudem die Gerade h mit der Gleichung: $y = -\frac{3}{2}x + 1$.

a Zeigen Sie durch Rechnung, dass für f die Darstellung $f(x) = -2^x + 2$ gilt, und geben Sie die Nullstelle von f an. 2

b Zeichnen Sie K_f und h in ein Koordinatensystem mit $-2 \leq x \leq 2,5$ ein. 3

c Berechnen Sie den Wert des Integrals **5**

$$\int_0^2 \left(1+\frac{3}{2}x - e^{\ln(2)x}\right) dx$$

und interpretieren Sie das Integral im geometrischen Zusammenhang bzgl. K_f und h.

d Es gibt mehrere Geraden, die durch den Punkt Q(0|1) und einen weiteren Punkt von K_f gehen. **2**
Geben Sie alle möglichen Werte für die Steigungen dieser Geraden an.

e Für $0 \le x \le 1$ wird f durch eine quadratische Funktion q angenähert. **4**
Der Übergang des Graphen von q zu K_f soll im Punkt (1|f(1)) stetig und im Punkt (0|f(0)) knickfrei sein.
Bestimmen Sie den Wert, um den sich die Funktionswerte von f und q an der Stelle x = 0,5 unterscheiden.

f Begründen Sie, dass f eine Umkehrfunktion u besitzt. **5**
Bestimmen Sie, mit einer Genauigkeit von zwei Nachkommastellen, die Koordinaten eines Punktes $(x|y) \in K_f$ mit $0 < x < 1$, der auch auf dem Schaubild von u liegt.

1.3 Die Kontur eines Glases wird durch die Funktion w mit $w(x) = \frac{16}{5}\sqrt{x} - \frac{3}{4}x + \frac{1}{5}$; $0 \le x \le 10$, modelliert. Dabei entspricht eine Längeneinheit einem Zentimeter in der Realität.

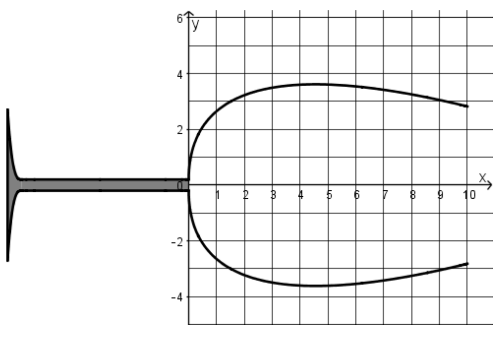


Abb. 1: Modellierung des Glases mit w. Das Schaubild von w bildet den oberen Rand des Querschnitts.

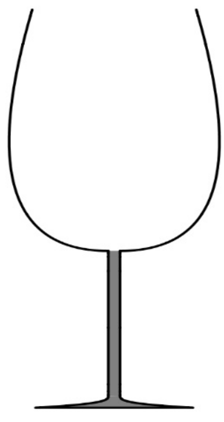


Abb. 2: Querschnitt des Glases.

a Berechnen Sie den Durchmesser des Weinglases an dessen Öffnung sowie dessen Breite in einer Füllhöhe von 4 cm. **2**

b Zeigen Sie, dass die maximale Breite des Glases etwa 7,23 cm beträgt. **4**

Bei Füllung bis zum oberen Rand passen in das Glas 330 Milliliter.

c Begründen Sie, dass die folgende Aussage wahr ist: 2

Ist Z eine Stammfunktion von z mit $z(x) = (w(x))^2$ und $Z(0) = 0$, so gilt $Z(10) = \frac{330}{\pi}$.

d Betrachten Sie die Integralfunktion I festgelegt durch: 5

$$I(b) = \pi \cdot \int_0^b (w(x))^2\,dx\,;\ \ 0 \le b \le 10\,.$$

Formulieren Sie im Sachkontext eine passende Frage, die durch das Lösen der Gleichung I(b) = 200 beantwortet werden kann.
Begründen Sie, ohne einen Term für I zu berechnen, dass die entsprechende Stelle b größer als 5 ist.

40

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.1	Mathematik (eAN)	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	Pflichtteil	Aufgabe 1 – Lehrerauswahl II

1 Analysis **BE**

1.1 Der Graph einer ganzrationalen Funktion g dritten Grades mit Definitionsbereich $\mathbb{R}$ hat den Tiefpunkt (0|0) und den Wendepunkt $\left(-\frac{1}{2}\middle|\frac{5}{4}\right)$.

a Bestimmen Sie einen Funktionsterm von g. 6

(zur Kontrolle: $g(x) = \frac{5}{2}x^2 \cdot (2x + 3)$)

b Betrachtet wird die Tangente an den Graphen von g in dessen Wendepunkt. Berechnen Sie die Größe des Winkels, unter dem diese Tangente die x-Achse schneidet. 3

Die Abbildung 1 zeigt den Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion h mit $h(x) = 5x^2 \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$:

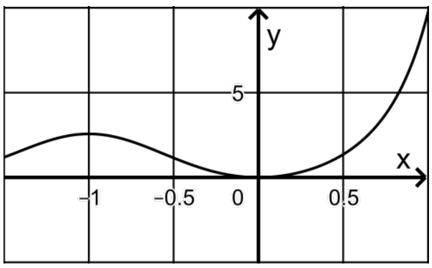


Abb. 1

c Zeigen Sie, dass 3

$$h'(x) = 10x \cdot \left(1 + x^3\right) \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$$

ein Term der ersten Ableitungsfunktion von h ist.

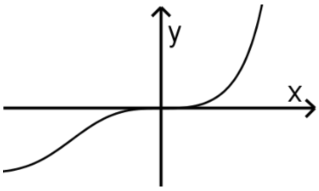
d Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der beiden Extrempunkte des Graphen von h. 3

e Es gilt: $(h(1) - g(1)) \cdot (h(2) - g(2)) < 0$ 3

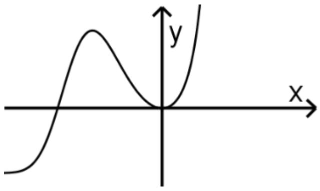
Geben Sie die Bedeutung dieser Tatsache hinsichtlich der gegenseitigen Lage der Graphen von g und h im Bereich $1 < x < 2$ an. Begründen Sie Ihre Angabe.

f Entscheiden Sie, welcher der abgebildeten Graphen I, II und III die in IR definierte Funktion H mit $H(x) = \int_0^x h(t)dt$ darstellt. Begründen Sie Ihre Entscheidung. 3

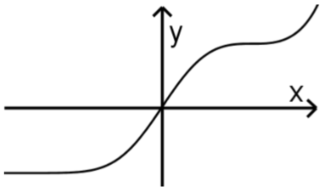
I



II



III



1.2 Der Luftdruck wird in Abhängigkeit von der Höhe über dem Meeresspiegel modellhaft mithilfe der Funktion p mit $p(x) = 1000e^{-\frac{x}{8}}$ und $x \in \mathbb{R}_0^+$ beschrieben. Dabei ist x die Höhe über dem Meeresspiegel in Kilometern und $p(x)$ der Luftdruck in Hektopascal (hPa).
Die Abbildung 2 zeigt den Graphen von p.

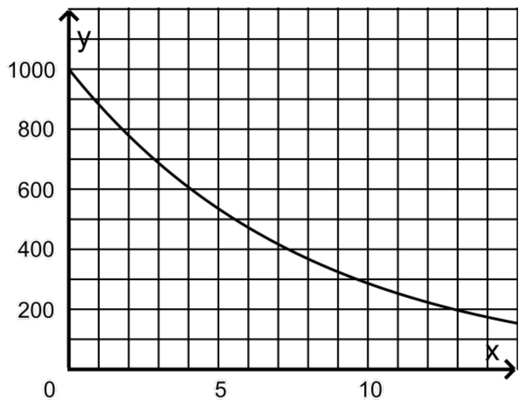


Abb. 2

a Bestimmen Sie grafisch die Höhe, in der der Luftdruck 650 hPa beträgt. Veranschaulichen Sie Ihr Vorgehen in der Abbildung 2. 2

b Zeigen Sie, dass eine Verringerung des Luftdrucks um die Hälfte auf eine Höhenänderung zurückzuführen ist, die unabhängig von der Ausgangshöhe ist. Geben Sie diese Höhenänderung an. 3

c Bestimmen Sie die lokale Änderungsrate des Luftdrucks in einer Höhe von 1,785 km. 3

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.1	Mathematik (eAN)	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	Pflichtteil	Aufgabe 1 – Lehrerauswahl II

Laut einer Faustregel sinkt der Luftdruck um 1 hPa, wenn die Höhe um 10 m zunimmt.

d Eine Gruppe von Bergsteigern misst in einer Höhe von 1785 m einen Luftdruck von 800 hPa. 4
Bestimmen Sie die Höhe, in der sich die Bergsteiger einige Zeit später befinden, wenn die Faustregel dafür 2785 m liefert.

e Ermitteln Sie eine Gleichung der Funktion, die ausgehend von einem Luftdruck von 800 hPa in einer Höhe von 1785 m für jeden anderen Luftdruck (in hPa) die der Faustregel entsprechende Höhe (in km) liefert. 3

f Geben Sie die Wertemenge des Terms $-8 \cdot \ln \frac{u}{1000}$ für $0 < u \leq 1000$ an. 4
Beschreiben Sie die Bedeutung dieses Terms im Sachzusammenhang.

40

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	**Pflichtteil**	**Aufgabe 2 – Lehrerauswahl I**

2 Stochastik

BE

In einer Stadt sind 60 % der Bürger mit der Arbeit des dortigen Bürgermeisters zufrieden; 30 % sind unzufrieden und die verbleibenden Bürger sind neutral.
Für eine Bürgersprechstunde lädt der Bürgermeister zufällig zehn Bürger ein.

a Berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse: 4
A: Fünf oder sechs der eingeladenen Bürger sind mit der Arbeit des Bürgermeisters zufrieden.
B: Höchstens sechs der eingeladenen Bürger sind mit der Arbeit des Bürgermeisters zufrieden.

b Bestimmen Sie die zu erwartende Anzahl der Bürger in dieser Gruppe, die mit dem Bürgermeister zufrieden sind. 3
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die tatsächliche Anzahl der zufriedenen Bürger hiervon um mindestens drei abweicht.

Zur nächsten Bürgersprechstunde kommen sechs zufriedene, drei unzufriedene und ein neutraler Bürger. Im Bürgersprechzimmer sitzen von links nach rechts die sechs zufriedenen, die drei unzufriedenen und der neutrale Bürger.

c Erläutern Sie die Bedeutung des Terms $6!\cdot 3!\cdot 1!$ im Sachzusammenhang. 2

Für ein Projekt im Stochastik-Unterricht werden die Bürger von einer Abiturklasse in mehreren Umfragen unabhängig voneinander zufällig befragt.

d In einer dieser Umfragen wurden 366 Bürger befragt. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der zufriedenen Bürger genau doppelt so groß ist wie der Rest, wird mit P bezeichnet. 3
Untersuchen Sie, ob P kleiner als 0,1 % ist.

e Eine andere Schülergruppe setzt sich zum Ziel, bei ihrer Umfrage höchstens 40 neutrale Bürger zu erhalten, dabei jedoch möglichst viele Bürger zu befragen. Sie möchte ihr Ziel mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 80 % erreichen. 4
Bestimmen Sie die Anzahl von Bürgern, die sie hierzu höchstens befragen sollte.

f Bei der Umfrage einer weiteren Schülergruppe gaben 268 von 500 befragten Bürgern an, den Bürgermeister wieder zu wählen. 3
Beurteilen Sie, ob der Bürgermeister auf Grundlage dieser Befragung mit 95%iger Sicherheit damit rechnen kann, bei der anstehenden Wahl die absolute Mehrheit der Stimmen zu erhalten, wenn man davon ausgeht, dass alle Bürger zur Wahl gehen.

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	**Pflichtteil**	**Aufgabe 2 – Lehrerauswahl I**

Der Anteil der Frauen unter allen Bürgern beträgt in dieser Stadt 52 %, und es gibt dort 48 % männliche Bürger. Dabei sind

- 24 % der Bürger zufrieden und männlich;
- 30 % der unzufriedenen Bürger weiblich.

g Weisen Sie nach, dass 40 % der zufriedenen Bürger männlich sind. 2

h Weisen Sie nach, dass die folgenden Aussagen wahr sind. 4
(1) „Unter allen neutralen Bürgern sind 30 % Männer.“
(2) „Etwa 13,5 % aller Frauen sind neutral.“

25

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	**Pflichtteil**	**Aufgabe 2 – Lehrerauswahl II**

2 Stochastik BE

2.1 Ein Unternehmen stellt in großer Stückzahl technische Geräte her. Ein Viertel der hergestellten Geräte sind fehlerhaft. Die Anzahl fehlerhafter Geräte in einer Stichprobe soll modellhaft als binomialverteilt angenommen werden.

a 20 Geräte werden zufällig ausgewählt. 5
Bestimmen Sie für folgende Ereignisse jeweils eine Wahrscheinlichkeit:
A: „Genau fünf Geräte sind fehlerhaft."
B: „Mehr als fünf Geräte sind fehlerhaft."
C: „Mindestens drei, aber weniger als acht Geräte sind fehlerhaft."

b Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term $1 - \left(0{,}25^8 + 0{,}75^8\right)$ berechnet werden kann. Geben Sie dieses Ereignis an. 3

c Von den fehlerhaften Geräten werden 80 % so nachbearbeitet, dass sie ebenfalls fehlerfrei sind. Alle fehlerfreien Geräte werden ausgeliefert. 4
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewähltes ausgeliefertes Gerät nachbearbeitet wurde.

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	**Pflichtteil**	**Aufgabe 2 – Lehrerauswahl II**

Kurz nach einer Änderung im Herstellungsverfahren stellt das Unternehmen den Anteil fehlerhafter Geräte von 25 % infrage. Um bei einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % einen Schätzwert für den Anteil fehlerhafter Geräte zu ermitteln, wird eine Stichprobe von 100 Geräten betrachtet. Abbildung 1 zeigt die Graphen der folgenden für $p \in [0;1]$ definierten Funktionen:

$$f: p \mapsto p - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{100}} \qquad g: p \mapsto p + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{100}}$$

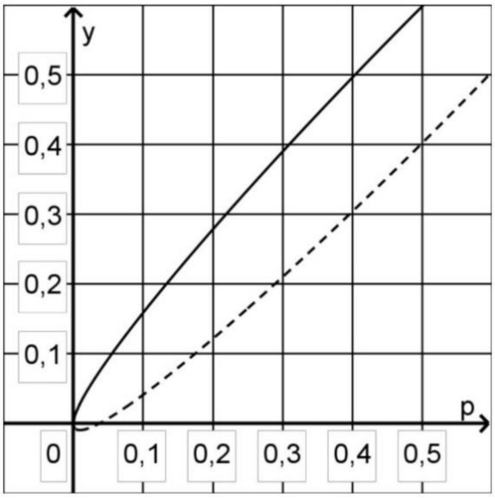


Abb. 1

d Bestimmen Sie grafisch alle möglichen Anzahlen fehlerhafter Geräte in der Stichprobe, für die bei einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % jeweils Anlass dazu bestehen würde, die Korrektheit des gegebenen Anteils fehlerhafter Geräte infrage zu stellen. 3

e Die betrachtete Stichprobe enthält 19 fehlerhafte Geräte. 3
Bestimmen Sie grafisch das zu dieser Anzahl gehörende Konfidenzintervall zur Sicherheitswahrscheinlichkeit 95 %[1].

[1] In der Merkhilfe BW wird dies als „Vertrauenswahrscheinlichkeit" bezeichnet.

2.2 Eine binomialverteilte Zufallsgröße Y gibt für eine Trefferwahrscheinlichkeit p mit $0 \le p \le 1$ die Anzahl der Treffer bei 20 Versuchen an.

a Abbildung 2 zeigt die symmetrische Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße der Wertemenge {0;1;2;…;20}. 3

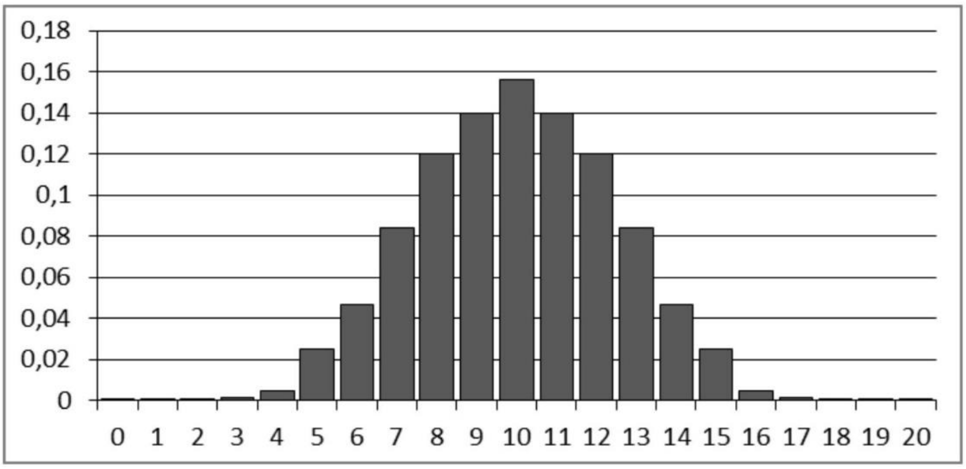


Abb. 2

Begründen Sie, dass es sich nicht um die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y handeln kann.

b Bestimmen Sie diejenigen Werte von p, für die die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Y den Wert 10 annimmt, 4,7 % ist. 4

25

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	**Pflichtteil**	**Aufgabe 3 – Lehrerauswahl I**

3 Lineare Algebra **BE**

3.1 In einem Museum gibt es einen quaderförmigen Raum, in dem ein Kunstwerk in Pyramidenform ausgestellt wird. Die Seitenflächen der Pyramide sind undurchsichtig. Im Modell liegt der Boden des Raums in einem Teil der x_1x_2-Ebene mit $x_2 \geq 0$. Die quadratische Grundfläche ABCD der Pyramide hat die Eckpunkte $A(0|4|0)$, $B(4|4|0)$, $C(4|8|0)$ und D. Die Spitze S der Pyramide liegt vier Längeneinheiten senkrecht über dem Schnittpunkt der beiden Diagonalen der Grundfläche. Eine Längeneinheit entspricht einem Meter (m).

a Begründen Sie, dass die Spitze der Pyramide im Punkt $S(2|6|4)$ liegt. 2

b Zeichnen Sie die Pyramide in ein räumliches Koordinatensystem ein. 3

c Berechnen Sie den Winkel φ, den die Seitenkante AS der Pyramide mit dem Boden einschließt. 2

d Die Seitenflächen der Pyramide werden mit einem Material beschichtet, das 15 Cent pro Quadratzentimeter (cm^2) kostet. Ermitteln Sie die Kosten dieser Beschichtung in Euro. 3

Im Punkt K(0|9|3) ist eine Überwachungskamera angebracht, wobei die Pyramide die Überwachung des gesamten Raumes verhindert. Die Ebene E enthält die drei Punkte K, S und C.

e Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E in Koordinatenform. 4

(zur Kontrolle: E: $x_1 + x_2 + x_3 = 12$)

f Ein punktförmiges Objekt bewegt sich vom Punkt $P(5|4|2)$ aus in Richtung des Vektors $\overrightarrow{AC}$. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes Q, an dem das Objekt von der Kamera erstmalig erfasst werden kann. 4

3.2 Gegeben sind die Matrizen

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

a Die Matrix $D = \begin{pmatrix} 3 & b \\ a & 4 \end{pmatrix}$ ist das Ergebnis einer Matrizenmultiplikation, bei der zwei der Matrizen A, B, C verwendet wurden. Bestimmen Sie die Multiplikation und geben Sie die Werte von a und b an. 3

b Für eine Folge von Matrizen $B_1, B_2, B_3, \ldots$ gilt: $B_1 = B$, $B_2 = B \cdot B$, $B_3 = B \cdot B \cdot B \ldots$ 4
Berechnen Sie die Matrizen B_2 und B_3.
Ermitteln Sie die kleinste natürliche Zahl n, so dass ein Koeffizient der Matrix B_n größer als 1000 ist.

25

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	**Pflichtteil**	**Aufgabe 3 – Lehrerauswahl II**

3 Vektorgeometrie **BE**

Gegeben sind der Punkt

$L\left(-\frac{25}{4}|-8|6\right)$ und die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \\ 9 \end{pmatrix} + a \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$.

a Begründen Sie, dass g parallel zur x_1-Achse und dabei nicht durch L verläuft. 2

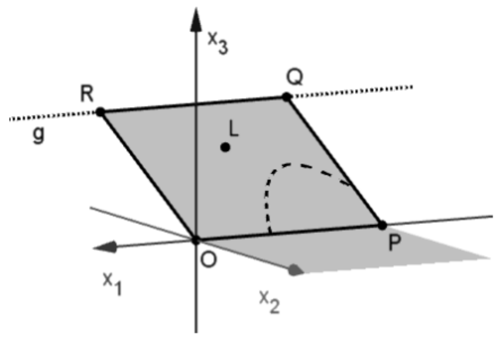
b L und g liegen in der Ebene E. 4
Ermitteln Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform.

(zur Kontrolle: E: $3x_2 + 4x_3 = 0$)

In der Abbildung ist neben L und g das Viereck OPQR dargestellt, dessen Eckpunkte

$O(0|0|0)$, $P\left(-\frac{25}{2}|0|0\right)$, $Q\left(-\frac{25}{2}|-12|9\right)$ und

$R(0|-12|9)$ in E liegen.
Q und R liegen außerdem auf g.



c Begründen Sie, dass OPQR ein Rechteck ist. 2

d Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem man die Koordinaten des Punkts S ermitteln könnte, für den das Viereck OPSR ein ebenes Drachenviereck ist. 3

Das Viereck OPQR stellt modellhaft den geneigten Teil einer Minigolfbahn dar, der Punkt L das Loch dieser Bahn. Im verwendeten Koordinatensystem beschreibt die x_1x_2-Ebene den horizontalen Untergrund; eine Längeneinheit entspricht 10 cm in der Realität.

e Berechnen Sie den Flächeninhalt des geneigten Teils der Bahn. 2

f Berechnen Sie die Größe des Winkels, den der geneigte Teil der Bahn mit dem Untergrund einschließt. 3

Im Folgenden wird der in der Abbildung gestrichelt dargestellte Teil des Wegs eines Minigolfballs betrachtet. Der Ball soll im Folgenden als punktförmig angenommen werden. Seine Positionen auf dem dargestellten Teil des Wegs können durch Punkte
$B_k\left(-5-3k \,\middle|\, -8k+\frac{8}{3}k^2 \,\middle|\, 6k-2k^2\right)$ mit geeigneten Werten von $k \in \mathbb{R}$ beschrieben werden.

g Weisen Sie nach, dass der Ball auf dem betrachteten Teil seines Wegs durchgehend Kontakt zur Minigolfbahn hat. 2

h	Berechnen Sie im Modell die Koordinaten des Punkts, in dem der Ball auf die seitliche Begrenzung der Minigolfbahn trifft.	4
i	Ermitteln Sie die maximale Höhe über dem Untergrund, die der Ball erreicht.	3
		25

Prüfungsrelevante Stoffgebiete:	Siehe Prüfungserlass des Ministeriums für Kultus, Jugend und Sport
Prüfungsfach: **Bearbeitungszeit:**	**2.2.2 Mathematik (gAN)** **255 Minuten**
Hilfsmittel:	Deutsches Rechtschreibnachschlagewerk **Zusätzlich in Teil B sowie für die Problemlöseaufgabe (PLA):** Eingeführter Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne Handbuch) Mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung Mathematische Merkhilfe Die zusätzlich zugelassenen Hilfsmittel bekommt der Prüfling genau dann, wenn Teil A unwiderruflich abgegeben wurde. Dies muss spätestens 100 Minuten nach Beginn der Prüfung geschehen.
Stoffgebiete:	Teil A — Analysis, Stochastik, Lin. Algebra Pflichtteil: Aufgaben 1 bis 4 — S. X – X Wahlteil: Aufgabe 4 (2 Aufgaben) — S. X – X Aufgabe 5 (2 Aufgaben) — S. X – X Aufgabe 6 (PLA) — S. X – X Teil B — Analysis (1 Aufgabe) — S. X – X oder S. X – X Stochastik (1 Aufgabe) — S. X – X oder S. X – X Lineare Algebra (1 Aufgabe) — S. X – X oder S. X – X
Bemerkungen:	In Teil A sind **alle Aufgaben 1 bis 3** zu bearbeiten. Ebenso in Teil A wählen die Schülerinnen und Schüler **entweder je eine Aufgabe 4 und eine Aufgabe 5** aus den Sachgebieten 1 und 2 **oder** die **Aufgabe 6** (PLA) aus dem verbleibenden Sachgebiet. In Teil B wählen die Lehrkräfte in jedem Sachgebiet eine der beiden vorliegenden Aufgaben aus, **alle vorgelegten Aufgaben** sind von den Schülerinnen und Schülern zu bearbeiten.

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium
2.2.2	Mathematik (gAN)

Checkliste schriftliche Abiturprüfung

- Kreuzen Sie die erledigten Aufgaben im entsprechenden Kästchen ☐ an.
- Teil A: Tragen Sie bei Bearbeitung von einer der zwei Aufgaben 4 und einer der zwei Aufgaben 5 die von Ihnen getroffene Auswahl (jeweils I oder II) ein. Falls Sie stattdessen Aufgabe 6 bearbeiten, kreuzen Sie diese an.
- Verwenden Sie für jede Aufgabe einen neuen Bogen.

Teil A – ohne Hilfsmittel

Pflichtteil: Sie müssen alle drei Aufgaben bearbeiten.

☐ Aufgabe 1 (5 BE)

☐ Aufgabe 2 (5 BE)

☐ Aufgabe 3 (5 BE)

Wahlteil: Sie wählen eine Aufgabe 4 und eine Aufgabe 5 **oder** nur die Aufgabe 6 (Problemlöseaufgabe).

☐ Aufgabe 4 Auswahl ___ (5 BE)	☐ Aufgabe 6 (10 BE)
☐ Aufgabe 5 Auswahl ___ (5 BE)	
Abgabe nach maximal 100 Min.	**Übernahme in Teil B** – mit Hilfsmitteln

Teil B – mit Hilfsmitteln

Sie müssen alle drei Aufgaben bearbeiten.

☐ Aufgabe 1 (25 BE)

☐ Aufgabe 2 (15 BE)

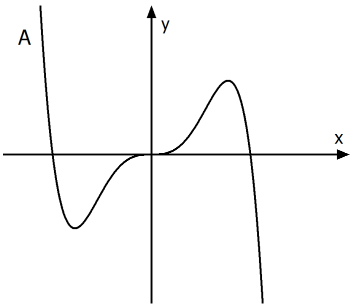
☐ Aufgabe 3 (15 BE)

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.2	Mathematik (gAN)	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	Pflichtteil	Aufgabe 1

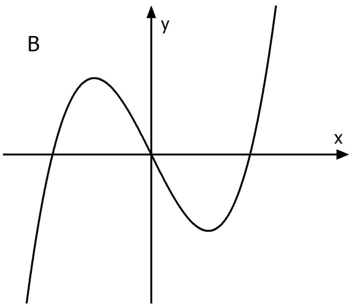
1 Analysis **BE**

Gegeben sind die Funktion p mit $p(x) = x^5 - 2x^3$; $x \in \mathrm{IR}$ sowie die Abbildungen A, B und C.

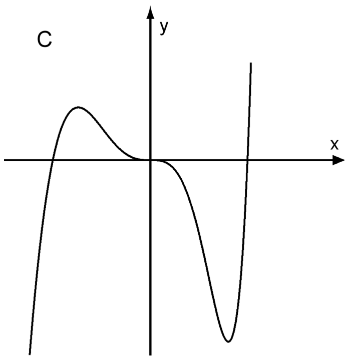
A



B



C



a Begründen Sie mit jeweils einem Argument, warum keine der Abbildungen A, B und C den Graph von p zeigt. 3

b Durch Multiplikation mit einem Faktor a entsteht aus p eine Funktion q mit dem Funktionsterm $q(x) = a \cdot p(x)$.
Geben Sie einen Wert für a an, so dass der Graph von q zu einer der drei Abbildungen passen kann. 2

5

2 Stochastik — BE

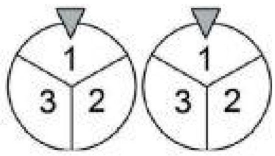
a Zwei Würfel, deren Seiten jeweils mit den Ziffern 1 bis 6 durchnummeriert sind, werden geworfen. — 1
Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Augensumme drei ist.

b Betrachtet werden die Zufallsgrößen X, Y und Z. — 4

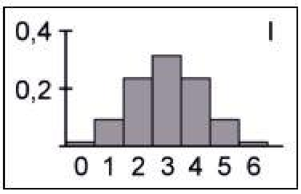
X: Augenzahl beim Werfen eines Würfels, dessen Seiten mit den Ziffern 1 bis 6 durchnummeriert sind.

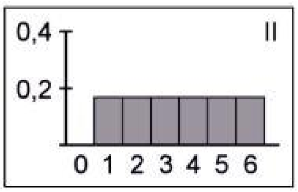
Y: Augensumme beim Drehen der beiden abgebildeten Glücksräder

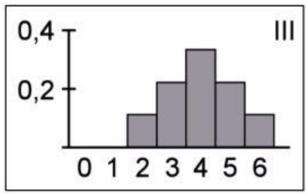
Z: Anzahl der „Wappen“ beim sechsmaligen Werfen einer Münze, deren Seiten „Wappen“ bzw. „Zahl“ zeigen.



Jede der Zufallsgrößen gehört zu einer der folgenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen I, II und III.
Ordnen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilungen den Zufallsgrößen zu und begründen Sie jede Ihrer Zuordnungen.







5

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.2	Mathematik (gAN)	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	Pflichtteil	Aufgabe 3

3 Lineare Algebra: Vektorgeometrie **BE**

Gegeben sind die Geraden g und h mit

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ a \\ 4 \end{pmatrix};\ r \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix};\ s \in \mathbb{R}.$$

Dabei ist a eine beliebige reelle Zahl.

a Zeigen Sie, dass sich g und h orthogonal im Punkt S(2|1|1) schneiden. 3

b Bestimmen Sie einen Punkt, der von der Geraden g den Abstand 5 hat. 2

5

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.2	Mathematik (gAN)	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	Wahlteil	Aufgabe 4 – Auswahl I
(eine Aufgabe 4 und eine Aufgabe 5 - alternativ Aufgabe 6 wählen)		

4 Analysis **BE**

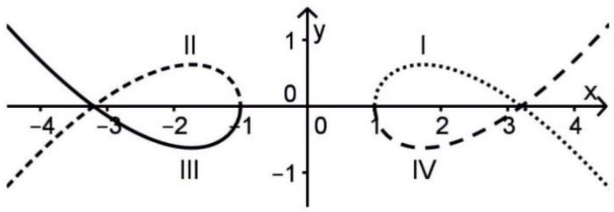
Gegeben ist die Funktion f mit

$f(x) = \sqrt{x-1} \cdot \left(\frac{1}{2}x - \frac{8}{5}\right)$ und maximalem Definitionsbereich D.

a Geben Sie D an. 1

b Bestimmen Sie die Nullstellen von f. 2

c Entscheiden Sie, welcher der abgebildeten Graphen I bis IV die Funktion g mit $g(x) = -f(x)$ darstellt. Begründen Sie Ihre Entscheidung. 2



5

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.2	Mathematik (gAN)	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	Wahlteil	Aufgabe 4 – Auswahl II
(eine Aufgabe 4 und eine Aufgabe 5 - alternativ Aufgabe 6 wählen)		

4 Stochastik **BE**

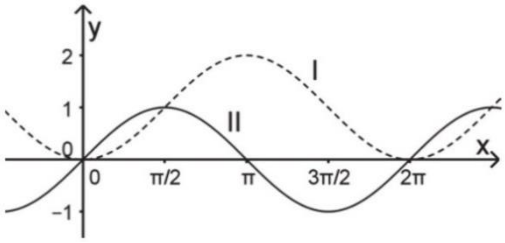
Gegeben sind die beiden Ereignisse A und B mit den Wahrscheinlichkeiten P(A) = 0,4 und P(B) = 0,8. 5
Die Wahrscheinlichkeit, dass weder das Ereignis A noch das Ereignis B eintritt, ist 12 %.
Weisen Sie nach, dass A und B unabhängige Ereignisse sind.

5

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.2	**Mathematik (gAN)**	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	**Wahlteil**	**Aufgabe 5 – Auswahl I**
(eine Aufgabe 4 und eine Aufgabe 5 - alternativ Aufgabe 6 wählen)		

5 Analysis **BE**

a Die Abbildung zeigt die Graphen einer Funktion und deren erster Ableitungsfunktion. 2



Geben Sie an, welcher der beiden Graphen I und II die Ableitungsfunktion darstellt, und begründen Sie Ihre Angabe.

b Für einen Wert von k mit $k \in \mathbb{R}^+$ wird die in IR definierte Funktion f mit $f(x) = k \sin(x)$ betrachtet. Für $0 \leq x \leq \pi$ schließt der Graph von f mit der x-Achse ein Flächenstück mit dem Inhalt $\frac{1}{2}$ ein. 3
Bestimmen Sie den Wert von k.

5

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.2	**Mathematik (gAN)**	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	**Wahlteil**	**Aufgabe 5 – Auswahl II**
(eine Aufgabe 4 und eine Aufgabe 5 - alternativ Aufgabe 6 wählen)		

5 Stochastik **BE**

Von weißen Mäusen eines Zuchtbetriebs ist bekannt, dass 20 % der Mäuse an der Krankheit A und 8 % an der Krankheit B leiden. 3 % der Mäuse leiden an beiden Krankheiten.

a Begründen Sie, dass der Anteil der Mäuse, die mindestens an einer der beiden Krankheiten leiden, 25 % beträgt. 2

b Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term 3

$$1 - \left(\binom{10}{9} \cdot 0{,}75^9 \cdot 0{,}25^1 + \binom{10}{10} \cdot 0{,}75^{10}\right)$$

berechnet werden kann.
Geben Sie dieses Ereignis an.

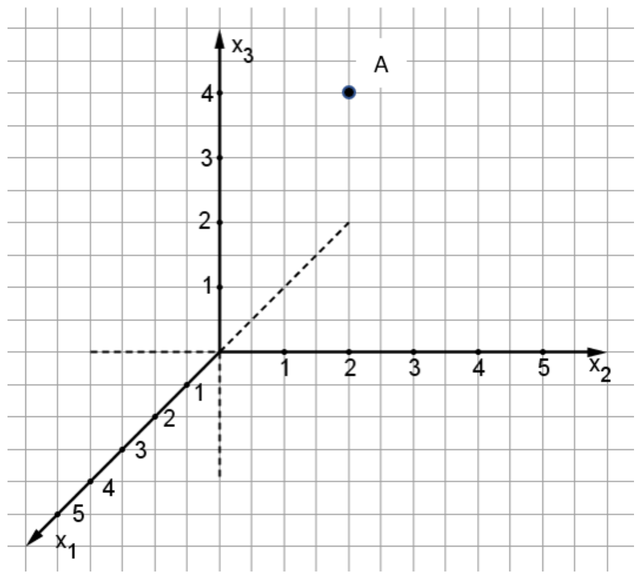
5

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.2	**Mathematik (gAN)**	
Teil A (PLA)	**Wahlteil**	**Aufgabe 6**
(eine Aufgabe 4 und eine Aufgabe 5 - alternativ Aufgabe 6 wählen)		
Diese Aufgabe 6 kann in Teil B (mit Hilfsmittel) mit übernommen und dort bearbeitet werden.		

6 Vektorgeometrie **BE**

Bearbeiten Sie die folgende Aufgabe unter Berücksichtigung der einzelnen Problemlöse-schritte, dokumentieren und reflektieren Sie Ihre Vorgehensweise. 10

Zeichnet man das räumliche Koordinatensystem auf Papier, so ist die Identifikation von im Koordinatensystem dargestellten Punkten nicht eindeutig.
Untersuchen Sie die Frage, wie viele Punkte im R^3 durch den abgebildeten Punkt A dargestellt sind, und geben Sie all diese Punkte an.



10

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.2	Mathematik (gAN)	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	Pflichtteil	Aufgabe 1 – Lehrerauswahl I

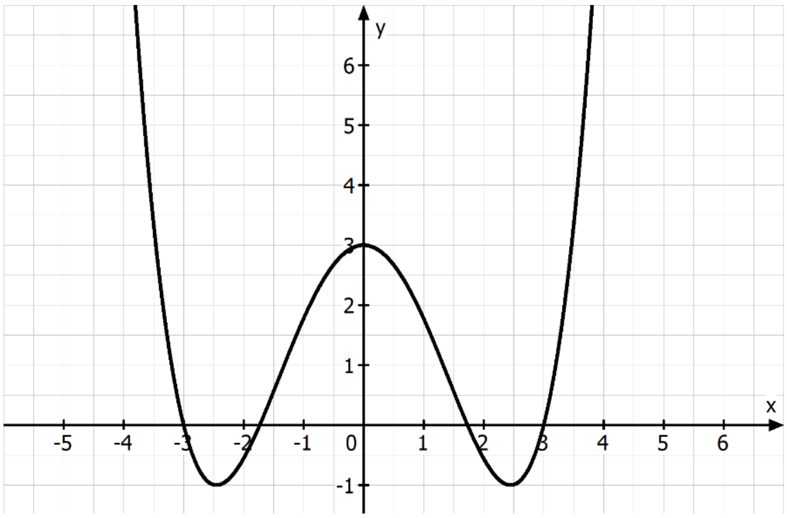
1 Analysis **BE**

1.1 Die Funktion g ist gegeben durch

$g(x) = \frac{1}{9}x^4 - \frac{4}{3}x^2 + 3 \,;\, x \in IR.$

Der Graph von g ist K_g.

Die folgende Abbildung zeigt K_g:



a K_g wird in y-Richtung verschoben. Dadurch kann sich die Anzahl der Nullstellen ändern. 2
Geben Sie für jede mögliche Anzahl eine passende Verschiebung an.

Die Funktion p ist gegeben durch $p(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 3 \,;\, x \in IR.$

b Zeigen Sie, dass $g(3) = p(3)$ und $g(0) = p(0)$ gelten. 3
Skizzieren Sie den Graphen von p in das gegebene Koordinatensystem.

c Für $0 \leq x \leq 3$ schließen K_g und der Graph von p eine Fläche ein. 4
Zur y-Achse parallele Geraden schneiden aus dieser Fläche Strecken unterschiedlicher Längen aus.
Berechnen Sie die maximale Streckenlänge.

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.2	Mathematik (gAN)	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	Pflichtteil	Aufgabe 1 – Lehrerauswahl I

1.2 Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = -2^x+2$; $x\in IR$. Das Graph von f ist K_f.
Die erste Ableitung von f ist gegeben durch $f'(x) = -\ln(2) \cdot 2^x$; $x\in IR$.
Gegeben ist zudem die Gerade h mit der Gleichung $y = -\frac{3}{2}x+1$.

a Geben Sie die Schnittpunkte von K_f mit den Koordinatenachsen an. 3
Zeigen Sie durch Rechnung, dass für f die Darstellung $f(x) = -e^{\ln(2)x}+2$ gilt.

b Zeichnen Sie K_f und h in ein Koordinatensystem mit $-2 \le x \le 2{,}5$ ein. 3

c Berechnen Sie den Wert des Integrals 5

$$\int_0^2 \left(1+\frac{3}{2}x - e^{\ln(2)x}\right) dx$$

und interpretieren Sie das Integral im geometrischen Zusammenhang bzgl. K_f und h.

d Es gibt mehrere Geraden, die durch den Punkt Q(0|1) und einen weiteren Punkt von K_f gehen. 2
Geben Sie alle möglichen Werte für die Steigungen dieser Geraden an.

e Für $0 \le x \le 1$ wird f durch eine quadratische Funktion q angenähert. 4
Der Übergang des Graphen von q zu K_f soll im Punkt (1|f(1)) stetig und im Punkt (0|f(0)) knickfrei sein.
Bestimmen Sie den Wert, um den sich die Funktionswerte von f und q an der Stelle x = 0,5 unterscheiden.

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.2	**Mathematik (gAN)**	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	**Pflichtteil**	**Aufgabe 1 – Lehrerauswahl I**

1.3 Die Kontur eines Glases wird durch die Funktion w mit

$w(x) = \frac{16}{5}\sqrt{x} - \frac{3}{4}x + \frac{1}{5}$; $0 \leq x \leq 10$

modelliert. Dabei entspricht eine Längeneinheit einem Zentimeter in der Realität.

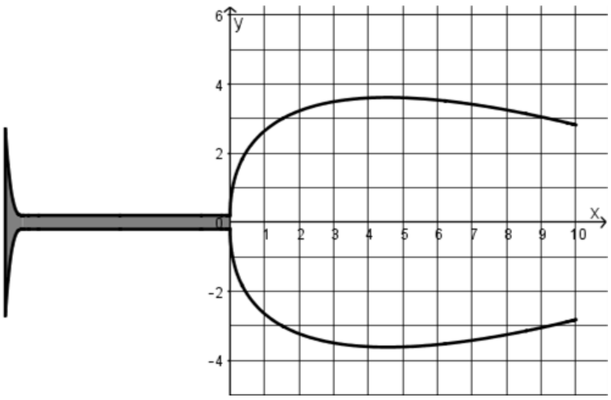


Abb. 1: Modellierung des Glases mit w. Das Schaubild von w bildet den oberen Rand des Querschnitts.

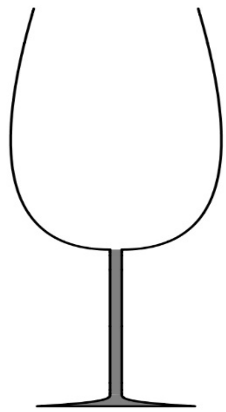


Abb. 2: Querschnitt des Glases

a Berechnen Sie den Durchmesser des Glases an dessen Öffnung sowie dessen Breite in einer Füllhöhe von 4 cm. 2

b Zeigen Sie, dass die maximale Breite des Glases etwa 7,23 cm beträgt. 4

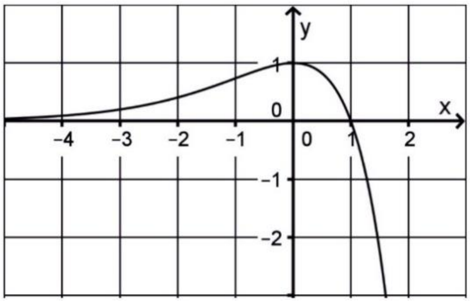
c Eine Kennzeichnung am Glas markiert, wie hoch dieses eingefüllt werden sollte, um es mit einem viertel Liter Getränk zu füllen. 3
Begründen Sie durch Verwendung einer geeigneten Abschätzung, dass diese Kennzeichnung in einer Füllhöhe von mehr als 4 cm am Glas angebracht ist.

35

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.2	Mathematik (gAN)	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	Pflichtteil	Aufgabe 1 – Lehrerauswahl II

1 Analysis **BE**

Die Abbildung zeigt den Graphen G_f der Funktion $f : x \mapsto (1-x) \cdot e^x$ mit Definitionsbereich IR.



Für die zweite Ableitung von f gilt: $f''(x) = -(1+x) \cdot e^x$

1.1 a Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von G_f mit den Koordinatenachsen. 3

b Bestimmen Sie rechnerisch Monotonie und Krümmungsverhalten von G_f. 6

c Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung der Tangente an den Graphen von f in dessen Wendepunkt. 4

d Auf der y-Achse gibt es Punkte, die auf einer Tangente an G_f liegen. Geben Sie die y-Koordinaten dieser Punkte an und begründen Sie Ihre Angabe mit Hilfe des Verlaufs von G_f. 3

e Betrachtet werden alle Rechtecke ABCD, die folgende Bedingungen erfüllen: 5

- Die Punkte $B(1|0)$ und $D(u|f(u))$ mit $u \in \,]-\infty;1[$ sind Eckpunkte.
- Die Seiten sind parallel zu den Koordinatenachsen.

Zeichnen Sie ein solches Rechteck in die Abbildung ein.

Die folgenden Aussagen I, II und III stellen im Zusammenhang mit den beschriebenen Rechtecken die Lösung einer Aufgabe dar:

I $\quad R(u) = (1-u) \cdot f(u)$
II $\quad R'(u) = 0 \;\Leftrightarrow\; u = -1$ und es gilt $R''(-1) < 0$
III $\quad R(-1) \approx 1{,}5$

Formulieren Sie die zugehörige Aufgabenstellung und beschreiben Sie die Bedeutung jeder Aussage im Zusammenhang mit den beschriebenen Rechtecken.

f Für ein $a \in$ IR ist die in IR definierte Funktion $F: x \mapsto (a-x) \cdot e^x$ eine Stammfunktion von f. Bestimmen Sie den Wert von a. 3

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.2	Mathematik (gAN)	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	Pflichtteil	Aufgabe 1 – Lehrerauswahl II

1.2 Betrachtet wird ein 150 m langer Abschnitt eines Damms. Die Profillinie des Querschnitts des Damms wird für $-4 \le x \le 1$ modellhaft durch die Funktion f beschrieben, und zwar für $-4 \le x \le 0$ auf der Seeseite und für $0 \le x \le 1$ auf der Landseite. Das Modell geht von einer horizontalen Grundfläche des Damms aus, die im Querschnitt durch die x-Achse beschrieben wird. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 10 m in der Realität.

a Bestimmen Sie für die Seeseite des Damms rechnerisch die mittlere und die größte Steigung der Profillinie jeweils in Prozent. 5

b Ermitteln Sie für die Landseite des Damms rechnerisch die Größe des größten Neigungswinkels der Profillinie gegen die Horizontale. 3

c Durch die Wirkung des Wassers verliert der Damm mit der Zeit an Höhe. 3
Beschreiben Sie die Bedeutung des Terms $15000 \cdot \int_{-4}^{0} \left(f(x) - 0{,}95 \cdot f(x) \right) dx$ im Sachzusammenhang.

35

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.2	**Mathematik (gAN)**	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	**Pflichtteil**	**Aufgabe 2 – Lehrerauswahl I**

2 Stochastik

In einer Stadt sind 60 % der Bürger mit der Arbeit des dortigen Bürgermeisters zufrieden; 30 % sind unzufrieden und die verbleibenden Bürger sind neutral.
Für eine Bürgersprechstunde lädt der Bürgermeister zufällig zehn Bürger ein.

a Berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse: 4
A: Fünf oder sechs der eingeladenen Bürger sind mit der Arbeit des Bürgermeisters zufrieden.
B: Höchstens sechs der eingeladenen Bürger sind mit der Arbeit des Bürgermeisters zufrieden.

b Bestimmen Sie die zu erwartende Anzahl der Bürger in dieser Gruppe, die mit dem Bürgermeister zufrieden sind. 3
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die tatsächliche Anzahl der zufriedenen Bürger hiervon um mindestens drei abweicht.

Zur nächsten Bürgersprechstunde kommen sechs zufriedene, drei unzufriedene und ein neutraler Bürger. Im Bürgersprechzimmer sitzen von links nach rechts die sechs zufriedenen, die drei unzufriedenen und der neutrale Bürger.

c Erläutern Sie die Bedeutung des Terms $6!\cdot 3!\cdot 1!$ im Sachzusammenhang. 2

Für ein Projekt im Stochastik-Unterricht werden die Bürger von einer Abiturklasse in Umfragen unabhängig voneinander zufällig befragt.

d Formulieren Sie eine Frage im Sachkontext, die durch das Lösen folgender Ungleichung beantwortet werden kann: $1 - 0{,}9^n \geq 0{,}99$. 3

Der Anteil der Frauen unter allen Bürgern beträgt in dieser Stadt 52 %, und es gibt dort 48 % männliche Bürger. Dabei sind

24 % der Bürger zufrieden und männlich;
30 % der unzufriedenen Bürger weiblich.

e Weisen Sie nach: 4
40 % der zufriedenen Bürger sind männlich.
9 % der Bürger sind unzufrieden und weiblich.

f Weisen Sie nach, dass die folgenden Aussagen wahr sind: 4
(1) „Unter allen neutralen Bürgern sind 30 % Männer.“
(2) „Etwa 13,5 % aller Frauen sind neutral.“

20

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.2	**Mathematik (gAN)**	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	**Pflichtteil**	**Aufgabe 2 – Lehrerauswahl II**

2 Stochastik

Das Postunternehmen Q, das jährlich etwa 60 Millionen Briefe befördert, stellt 95 % aller Briefe am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zu.

2.1 Für 2000 zufällig ausgewählte Briefe wird untersucht, ob sie am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden.

a Begründen Sie, dass die Binomialverteilung dafür geeignet ist, Vorhersagen zum Ergebnis der Untersuchung zu treffen. 2

b Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse: 3
A: „Mindestens 1900 der Briefe werden am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt."
B: „Mehr als 100 der Briefe werden nicht am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt."

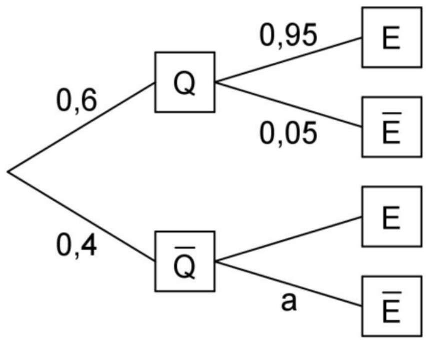
c Entscheiden Sie für jeden der beiden Terme I und II, ob er die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, dass mindestens 100 der ausgewählten Briefe nicht am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden. 4
Begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung.

I $\quad 1 - \sum_{k=101}^{2000}\left(\binom{2000}{k} \cdot 0{,}05^k \cdot 0{,}95^{2000-k}\right)$

II $\quad \sum_{k=0}^{1900}\left(\binom{2000}{k} \cdot 0{,}95^k \cdot 0{,}05^{2000-k}\right)$

d Ermitteln Sie, wie viele Briefe zufällig ausgewählt werden müssten, damit die Standardabweichung für die Anzahl der Briefe, die am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden, doppelt so groß ist wie bei 2000 Briefen. 3

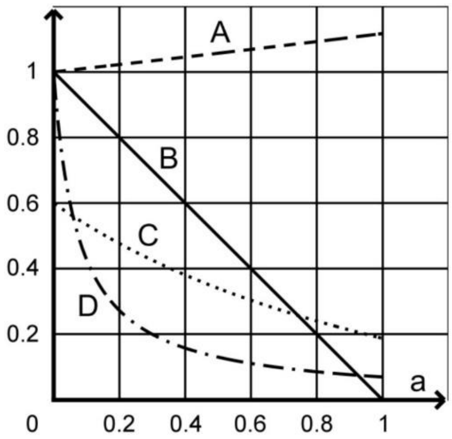
2.2 Eine große Firma versendet einen Teil ihrer Briefe mit dem Postunternehmen Q, den anderen Teil mit einem anderen Postunternehmen. Ein Brief dieser Firma wird zufällig ausgewählt und daraufhin untersucht, ob er am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt wird. Die Abbildung rechts stellt den Sachverhalt dar.



a Berechnen Sie für a = 0,25 die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der ausgewählte Brief nicht am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt wird. 2

b Prüfen Sie für a = 0,25 , ob die Ereignisse „Der ausgewählte Brief wird vom Postunternehmen Q befördert." und „Der ausgewählte Brief wird am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt." stochastisch unabhängig sind. 2

c Der ausgewählte Brief wird nicht am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt. Betrachtet wird die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er vom Postunternehmen Q befördert wurde. Einer der in der Abbildung rechts gezeigten Graphen stellt diese Wahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von a dar. Geben Sie diesen Graphen an und begründen Sie Ihre Angabe, ohne zu rechnen. 4



20

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.2	Mathematik (gAN)	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	Pflichtteil	Aufgabe 3 – Lehrerauswahl I

3 Lineare Algebra: Vektorgeometrie

In einem Museum gibt es einen quaderförmigen Raum, in dem ein Kunstwerk in Pyramidenform ausgestellt wird. Die Seitenflächen der Pyramide sind undurchsichtig. Im Modell liegt der Boden des Raums in einem Teil der x_1x_2-Ebene mit $x_2 \geq 0$.
Die quadratische Grundfläche ABCD der Pyramide hat die Eckpunkte A(0|4|0), B(4|4|0), C(4|8|0) und D. Die Spitze S der Pyramide liegt vier Längeneinheiten senkrecht über dem Schnittpunkt der beiden Diagonalen der Grundfläche.
Eine Längeneinheit entspricht einem Meter.

a Begründen Sie, dass die Spitze der Pyramide im Punkt S(2|6|4) liegt. 2

b Zeichnen Sie die Pyramide in ein räumliches Koordinatensystem ein. 3

c Das Innere der Pyramide soll gefüllt werden. Die Füllung besteht aus aufschäumbarem Kunststoff. Für ein Volumen von 1000 Litern benötigt man einen Sack des Kunststoffes. Der Preis eines solchen Sackes beträgt 253,10 €.
Bestimmen Sie die dabei entstehenden Kosten. 3

d Der Ausstellungsraum wird nach einer Seite hin durch eine fensterlose Wand begrenzt, die Teil der x_1x_3-Ebene mit $x_3 \geq 0$ ist. Die gegenüberliegende Wand besteht aus Glas. Vormittags tritt Sonnenlicht durch die Glaswand ein. Das Sonnenlicht verläuft in Richtung des Vektors 4

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \\ -8 \end{pmatrix}$$

und verursacht einen Schatten der gesamten Pyramide.
Untersuchen Sie, ob ein Teil dieses Schattens auf die fensterlose Wand trifft.

Im Punkt K(0|9|3) ist eine Überwachungskamera angebracht, wobei die Pyramide die Überwachung des gesamten Raumes verhindert. Die Ebene E enthält die drei Punkte K, S und C.

e Begründen Sie, dass durch 3

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad r,s \in \mathbb{R}$$

eine Gleichung der Ebene E in Parameterform gegeben ist.

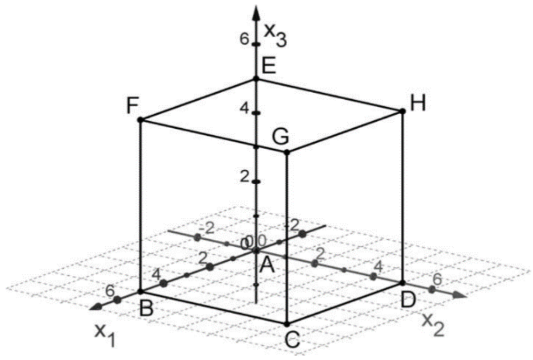
f Ein punktförmiges Objekt bewegt sich vom Punkt P(5|4|0) aus in Richtung des Vektors $\overrightarrow{BC}$. 5
Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes Q, an dem das Objekt von der Kamera erstmalig erfasst werden kann.

20

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.2	**Mathematik (gAN)**	
Teil B (mit Hilfsmitteln)	**Pflichtteil**	**Aufgabe 3 – Lehrerauswahl II**

3 Lineare Algebra: Vektorgeometrie

3.1 Die Abbildung zeigt den Würfel ABCDEFGH mit G(5|5|5) und H(0|5|5) in einem kartesischen Koordinatensystem. Die Punkte I(5|0|1), J(2|5|0), K(0|5|2) und L(1|0|5) liegen jeweils auf einer Kante des Würfels.



a Zeichnen Sie das Viereck IJKL in die Abbildung ein. **2**

b Zeigen Sie, dass das Viereck IJKL ein Trapez ist, in dem zwei gegenüberliegende Seiten gleich lang sind. **4**
Weisen Sie nach, dass die Seite $\overline{IL}$ des Trapezes doppelt so lang ist wie die Seite $\overline{JK}$.

c Berechnen Sie die Größe eines Innenwinkels des Trapezes IJKL. **2**

d Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes IJKL. **4**

e Gegeben ist die Ebene **3**

$$S: \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad r,s \in \mathbb{R}.$$

Der Punkt K liegt in einer Ebene T, die parallel zu S ist.
Untersuchen Sie, ob auch der Punkt L in T liegt.

f Für einen Wert von r schneidet die Gerade **5**

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4-r \\ 0 \\ r^2+1 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$$ mit $u \in \mathbb{R}$ die Kante $\overline{GH}$ des Würfels.

Bestimmen Sie das Verhältnis, in dem der Schnittpunkt die Kante teilt.

20

4 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont enthält für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind bei Prüfungen als gleichwertig zu akzeptieren.

1	**Analysis** *Aus dem IQB-Aufgabenpool, Jahr 2018, Analysis Aufgabengruppe 1, eAN*	Anforderungsbereich in BE		
		I	II	III
A	Die Funktionsterme von f und g unterscheiden sich nur in den Summanden e^x bzw. -1. Es gilt $e^x \neq -1$ für alle $x \in \mathbb{R}$.	2		
B	$\int_0^1 \left(f(x) - g_c(x)\right) dx = \int_0^1 (e^x + c) dx = \left[e^x + cx\right]_0^1 = e + c - 1$ $e + c - 1 = 3 \;\Leftrightarrow\; c = 4 - e$ *Bemerkung: Funktion g_c mit einmalig zu bestimmendem Parameter c*		3	
	Summe	**2**	**3**	
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**40**	**60**	

Standardbezug

1	**Allgemeine mathematische Kompetenzen**					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a	I			I	I	
b		II		II	II	

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN) – Teil A (ohne Hilfsmittel)**	
Erwartungshorizont	**Pflichtteil**	**Aufgabe 2**

2	**Analysis**	Anforderungsbereich in BE		
		I	II	III
a	$f`(x) = 3x^2 + 1 > 0$ ; $x \in IR$, also keine waagrechte Tangente. $f`(x) = 1 \Leftrightarrow x = 0$; $f(0) = 0$ Gleichung der Tangente an K mit der Steigung 1: $y = x$	1	2	
b	Das Schaubild von f ist symmetrisch zum Koordinatenursprung und daher muss das Schaubild jeder Stammfunktion von f eine Symmetrie zur y-Achse aufweisen. Nur Abbildung 1 kann somit das Schaubild einer Stammfunktion von f zeigen.		2	
	Summe	**1**	**4**	
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**20**	**80**	

Standardbezug

2	**Allgemeine mathematische Kompetenzen**					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a	II	I			I	II
b	II			II		II

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN) – Teil A (ohne Hilfsmittel)**	
Erwartungshorizont	**Pflichtteil**	**Aufgabe 3**

3	**Stochastik** *Aus dem IQB-Aufgabenpool, Beispielaufgaben, Stochastik Aufgabengruppe 1, eAN*	Anforderungsbereich in BE		
		I	II	III
a	Der Erwartungswert beträgt etwa 1,8.	1		
b	$P(X = 2{,}4) = 0$	1		
c	$P(1 \leq X \leq 1{,}4) \approx 0{,}4 \cdot \frac{0{,}22 + 0{,}58}{2} = 16\ \%$		3	
	Summe	**2**	**3**	
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**40**	**60**	

Standardbezug

3	**Allgemeine mathematische Kompetenzen**					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a				I	I	
b					I	
c		II		II	II	

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN) – Teil A (ohne Hilfsmittel)**	
Erwartungshorizont	**Pflichtteil**	**Aufgabe 4**

4	**Vektorgeometrie** *Aus dem IQB-Aufgabenpool, Jahr 2018, AG/LA (A2), Aufgabengruppe 1, eAN*	Anforderungsbereich in BE I	II	III
a	Koordinaten des Schnittpunkts: S(3|–3|3) $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$	2		
b	Der Vektor $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ steht senkrecht zu den Richtungsvektoren von g und h. Damit hat die Gleichung von E die Form $x_2 = c$ mit $c \in \mathbb{R}$. Es gilt $P(3\|-3\|3) \in E \Leftrightarrow c = -3$		3	
	Summe	**2**	**3**	
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**40**	**60**	

Standardbezug

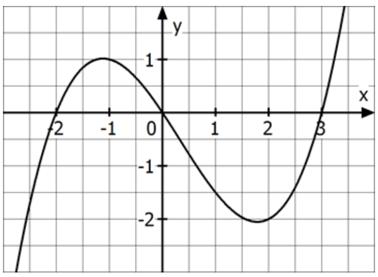
4	**Allgemeine mathematische Kompetenzen**					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a	I				I	
b		II			II	

5	**Analysis** *Aus dem IQB-Aufgabenpool, Jahr 2019, Analysis Aufgabengruppe 2, eAN*	Anforderungsbereich in BE I	II	III
a	Wegen $f'(x) = e^{g(x)} > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$ hat der Graph von f keinen Extrempunkt. *Bemerkung: Verkettung von Funktionen (gemäß BPE 11.1 und 11.2)*		2	
b	$f''(x) = g'(x) \cdot e^{g(x)}$ An der Stelle, an der g ein Maximum annimmt, ändert sich das Vorzeichen von $g'(x)$. Wegen $e^{g(x)} > 0$ ändert sich damit an dieser Stelle auch das Vorzeichen von $f''(x)$, d. h. der Graph von f hat einen Wendepunkt. *Bemerkung: Verkettung von Funktionen (gemäß BPE 11.1 und 11.2)*			3
	Summe		**2**	**3**
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent		**40**	**60**

Standardbezug

5	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a	II			I	I	
b	III	III		II		

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.1	Mathematik (eAN) – Teil A (ohne Hilfsmittel)	
Erwartungshorizont	Wahlteil	Aufgabe 5 – Auswahl II

5	**Analysis**	Anforderungsbereich in BE		
		I	II	III
	(1) Die Aussage ist wahr. p ist ein Polynom ungeraden Grades mit positivem Leitkoeffizient. (2) Die Aussage ist falsch. Da p ein kubisches Polynom mit den drei einfachen Nullstellen -2,0 und b ist, folgt aus dem Verhalten von dessen Graphen für große x, dass die x-Koordinate des eindeutigen Hochpunkts dieses Graphen zwischen -2 und 0 liegt. (3) Die Aussage ist wahr. Für jede Stammfunktion P von p, die symmetrisch zur y-Achse ist, folgt, dass deren Ableitung $P' = p$ symmetrisch zum Ursprung ist. Da p ein kubisches Polynom ist, müssen für dieses alle Koeffizienten, die zu den Potenzfunktionen geraden Grades gehören, verschwinden. Wegen $(x+2)(x-b) = x^2 + (2-b)x - 2b$ folgt, dass dies für b = 2 der Fall ist. *Bemerkung: Zur Orientierung kann eine Skizze des Schaubilds von p dienen, z. B. für b = 3 (siehe Abbildung).*  *Bemerkung: Die Aufgabe illustriert auch, wie verschiedene Fragestellungen für eine Funktion mit einem Parameter auftreten können.*	1	2	2
	Summe	**1**	**2**	**2**
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**20**	**40**	**40**

Standardbezug

	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
5	I	III		II		II

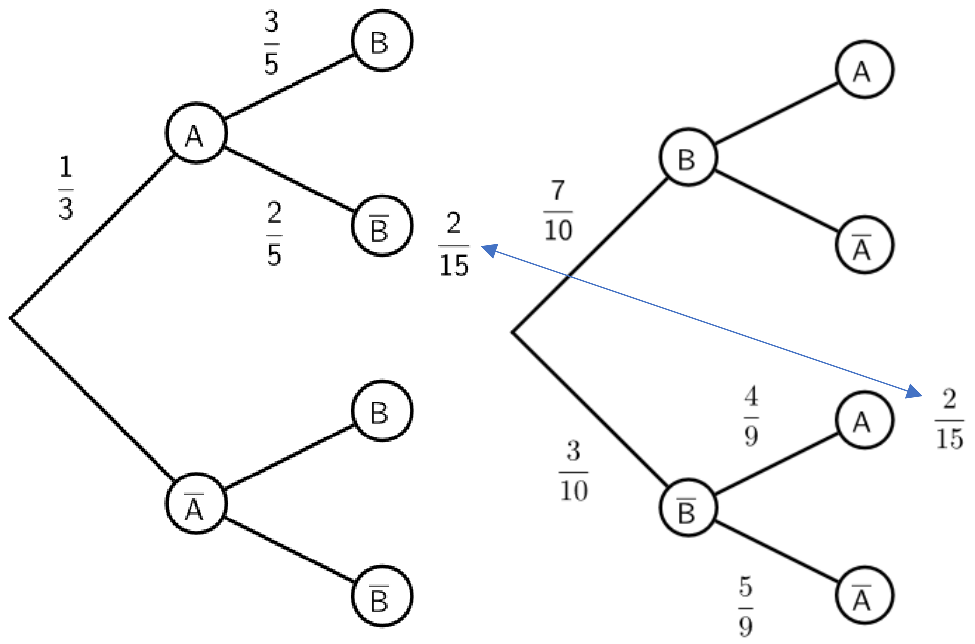
Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN) – Teil A (ohne Hilfsmittel)**	
Erwartungshorizont	**Wahlteil**	**Aufgabe 5 – Auswahl III**

5	**Stochastik** *Aus dem IQB-Aufgabenpool, Jahr 2018, Stochastik Aufgabengruppe 2, eAN*	Anforderungsbereich in BE		
		I	II	III
a	$\frac{1}{3}\cdot 3+\frac{1}{4}\cdot 4+\left(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)\cdot 5=\frac{49}{12}$		2	
b	Mit $\frac{1}{6}\leq P(Y=5)\leq \frac{3}{6}$ ergibt sich $\frac{23}{6}\leq E(Y)\leq \frac{25}{6}$			3
	Summe		**2**	**3**
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent		**40**	**60**

Standardbezug

5	**Allgemeine mathematische Kompetenzen**					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a		II			I	
b	III	III			II	

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN) – Teil A (ohne Hilfsmittel)**	
Erwartungshorizont	**Wahlteil**	**Aufgabe 5 – Auswahl IV**

<table>
<tr><td rowspan="2">5</td><td rowspan="2">Stochastik</td><td colspan="3">Anforderungs-bereich in BE</td></tr>
<tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td></td><td>


$P_A(\overline{B}) = 1 - P_A(B) = 1-\frac{3}{5} = \frac{2}{5}$; $P(A\cap\overline{B}) = P(A)\cdot P_A(\overline{B}) = \frac{2}{15}$

$P_{\overline{B}}(\overline{A}) = \frac{5}{9} \Rightarrow P_{\overline{B}}(A) = 1 - P_{\overline{B}}(\overline{A}) = \frac{4}{9}$

$P(\overline{B}) = \frac{P(A\cap\overline{B})}{P_{\overline{B}}(A)} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{4}{9}} = \frac{3}{10}$

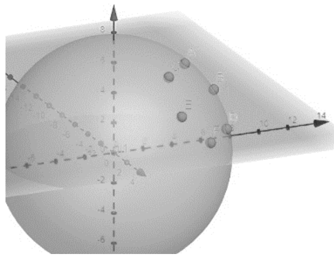
$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1-\frac{3}{10} = \frac{7}{10}$
</td><td></td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td align="right">Summe</td><td></td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td align="right">Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent</td><td></td><td>40</td><td>60</td></tr>
</table>

Standardbezug

	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
5		II		II	III	

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN) – Teil A (PLA)**	
Erwartungshorizont	**Wahlteil**	**Aufgabe 6**

6 Vektorgeometrie

Kriterien	**Indikatoren**	**Erwartungshorizont**	**Nicht vorhan-den**	**Teil-weise vorh.**	**Über-wiegend vorh.**	**Voll-ständig vorh.**
Analyse	• Problem verbalisieren • Ordnen der Informationen z. B.: mithilfe von Skizzen, Modellen, Tabellen • …	• Die sechs Punkte werden explizit aufgeführt. • ggf. werden die sechs Punkte in ein passendes Koordinatensystem eingezeichnet • Zielsetzung: Entwicklung von zwei Annahmen über die gegenseitige Lage der sechs Punkte.				
Durchführung	• „Einlassen“ auf das Problem, d. h. ausdauernde Überwindung der Hindernisse • Untersuchung von Beispielen / Spezialfällen • Vermutungen äußern • (allgemeine) Strukturen finden • Lösungsstrategie entwickeln und umsetzen • Vermutungen testen/überprüfen • evtl. Vermutungen ergänzen / anpassen • evtl. Lösungsstrategien korrigieren • sachliche Korrektheit • Verbindung zu passendem Vorwissen / passenden mathematischen Kompetenzen • …	<u>**Bemerkung:**</u> Es wird laut Aufgabenstellung (nur) verlangt, zwei Annahmen über die gegenseitige Lage der sechs Punkte zu treffen und zu überprüfen, ob diese zutreffen. Daher müssen es nicht zwei richtige Annahmen sein.  Zwei Vermutungen werden aufgeführt: - z. B.: die richtige Vermutung, dass die Punkte alle denselben Abstand zum Ursprung haben, mit $r = \sqrt{2^2 + 4^2 + 6^2} = \sqrt{56} = 7{,}48$ - z. B.: die richtige Vermutung, dass bestimmte Paare von Punkte denselben Abstand zueinander haben - z. B.: die richtige Vermutung, dass alle Punkte in einer Ebene liegen - … **oder** - z. B.: die falsche Vermutung, dass alle Punkte auf einer Geraden liegen - … Die aufgeführten Vermutungen werden jeweils überprüft.				

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN) – Teil A (PLA)**	
Erwartungshorizont	**Wahlteil**	**Aufgabe 6**

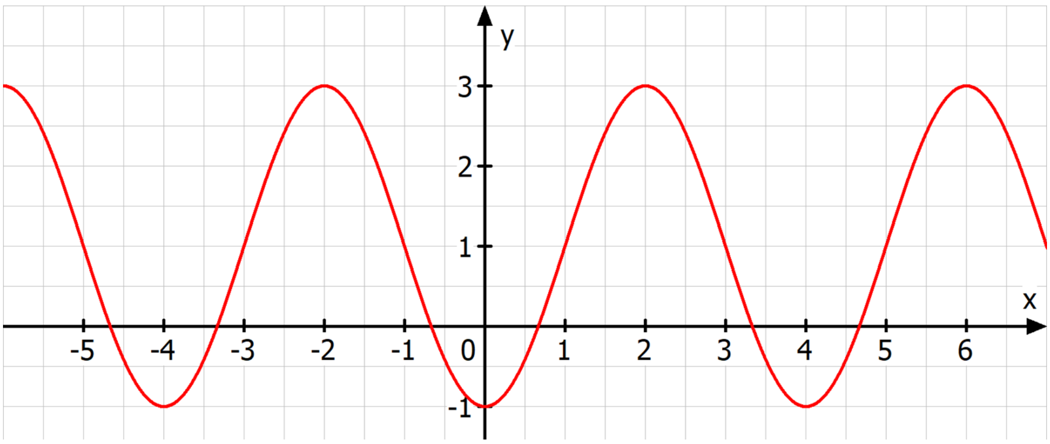
Kriterien	**Indikatoren**	**Erwartungshorizont**	**Nicht vorhanden**	**Teilweise vorh.**	**Überwiegend vorh.**	**Vollständig vorh.**
Rückblick	• Lösung angeben und auf Plausibilität überprüfen / reflektieren • bei Abbruch: mögliche Gründe reflektieren • alternative Lösungswege suchen / formulieren • …	• Aus gewonnenen Erkenntnissen werden weitere (vertiefende) Vermutungen geäußert, z. B. die sechs Punkte liegen - auf einer Kugel - in einer Ebene - einem regelmäßigen Sechseck - auf einem Kreis um Mittelpunkt $M(4\|4\|4)$ - … Ggf. wird untersucht, ob diese Erkenntnisse für andere/beliebige Koordinaten eines Punktes gelten.				
Darstellung	• übersichtlich & strukturiert • verständlich & nachvollziehbar • …					
						10

Standardbezug

	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
6	II	III		II		II

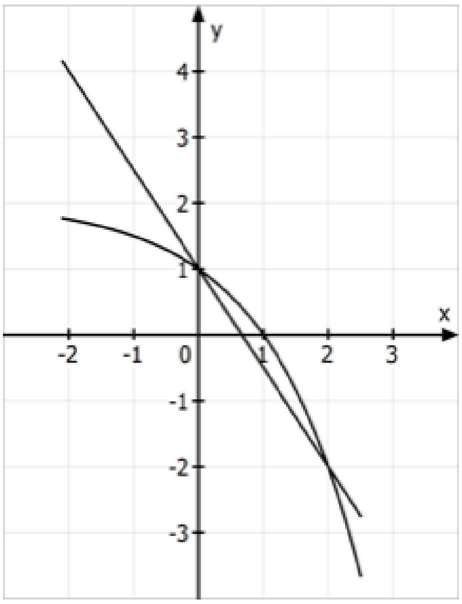
Anforderungsbereich		
I	**II**	**III**
1	3	6

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN) – Teil B (mit Hilfsmitteln)**	
Erwartungshorizont	**Pflichtteil**	**Aufgabe 1 – Lehrerauswahl I**

<table>
<tr><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">Analysis</td><td colspan="3">Anforderungs-
bereich in BE</td></tr>
<tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td>1.1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>a</td><td>

Zwei benachbarte Wendepunkte sind zum Beispiel $W_1(1|1)$ und $W_2(3|1)$.

Bemerkungen: Diese Aufgabe soll den Unterschied zwischen eAN und gAN zur BPE 10.2 verdeutlichen.
Im eAN ist eine Kombination von Streckungen und Verschiebungen in x-Richtung im Bildungsplan enthalten.</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b</td><td>Transformationen zur Erzeugung von K_g:
• Streckung in y-Richtung mit Faktor 2
• Streckung in x-Richtung mit dem Faktor $\frac{2}{\pi}$
• Verschiebung in y-Richtung um 1 Längeneinheit nach oben
• Verschiebung in x-Richtung um eine Längeneinheit nach rechts</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>1.2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>a</td><td>Es gilt: $e^{\ln(2)x} = \left(e^{\ln(2)}\right)^x = 2^x$; $x \in \mathbb{R}$.
Nullstelle: $x = 1$</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
</table>

b		3		
c	$\int_0^2 \left(1+\frac{3}{2}x - e^{\ln(2)\cdot x}\right) dx = \left[x+\frac{3}{4}x^2 - \frac{e^{\ln(2)\cdot x}}{\ln(2)}\right]_0^2 = 5 - \frac{3}{\ln(2)} = 0{,}6719...$ Das Integral liefert den Inhalt der von $\mathbf{K_f}$ und h umschlossenen Fläche, denn h schneidet $\mathbf{K_f}$ nur in (0|1) und (2|–2) sowie h(1) < 0 = f(1).		5	
d	Ausgehend von h zeigt eine geometrische Überlegung: $m < 0 \wedge m \neq -\ln(2) = f'(0)$. *Bemerkung: Die Lösung der Aufgabe erfordert ein Parameterdenken für die vorgegebenen Geraden.*			2
e	Ansatz zur Berechnung von q mit $q(x) = ax^2+bx+c$: $q(0) = 1 \;\wedge\; q'(0) = -\ln(2) \;\wedge\; q(1) = 0$. $q(x) = (\ln(2) - 1)x^2 - \ln(2)x + 1$. Daher $\lvert q(0{,}5) - f(0{,}5)\rvert = \lvert\sqrt{2} - \frac{1}{4}\ln(2) - \frac{5}{4}\rvert \approx 0{,}00907$. *Bemerkung: Der stetige und knickfreie Übergang wird hier illustriert.*		4	

f	Wegen $f'(x) = -\ln(2)\cdot 2e^{\ln 2\cdot x} < 0$; $x\in IR$, ist f streng monoton und damit existiert eine Umkehrfunktion u von f. Der Graph von u sei K_u. Ansatz für $0 < x < 1$: $f(x) = x \Leftrightarrow -e^{\ln(2)\cdot x} + 2 = x$. Intervallschachtelung (WTR) liefert $(x\|y)\in K_f\cap K_u$ mit $x = 0{,}54\ldots$. *Bemerkungen: Umkehrfunktionen werden im eAN thematisiert.* *Die Aufgabe illustriert auch das Auftreten einer Gleichung ungewöhnlichen Typs (Fixpunktgleichung), deren Lösung mit dem Hilfsmittel WTR bestimmt werden kann.*			5
1.3				
a	$2\cdot w(10) = \frac{32}{5}\sqrt{10} - 15 + \frac{2}{5} = 5{,}6385...$ Der innere Durchmesser des Glases an dessen Öffnung ist etwa 5,64 cm. $2\cdot w(4) = \frac{64}{5} - 6 + \frac{2}{5} = \frac{36}{5} = 7{,}2$ Die Breite des Glases in einer Füllhöhe von 4 cm ist 7,2 cm.	2		
b	$w'(x) = \frac{8}{5\sqrt{x}} - \frac{3}{4}$; $0 < x \leq 10$. $w'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1024}{225}$ Der Graph von w in Abb. 1 zeigt ein eindeutiges Maximum. Wegen $2\cdot w(\frac{1024}{225}) = \frac{542}{75}$ ist die maximale Breite des Glases etwa 7,23 cm. *Bemerkung: Hinreichendes Kriterium nicht erforderlich, da durch den Graph bereits erkennbar vorgegeben. Es reicht somit der Verweis auf die Abbildung.*		4	
c	1 ml entspricht 1 cm³. Aus dem Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung folgt: $330 = \pi\int_0^{10} w(x)^2dx = \pi\cdot(Z(10) - Z(0)) = \pi\cdot Z(10)$ und daher $Z(10) = \frac{330}{\pi}$		2	

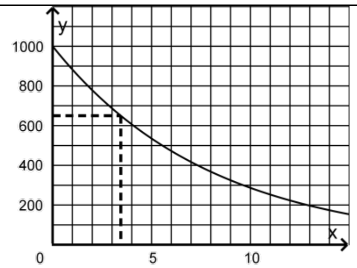
d	In welcher Füllhöhe b muss der Eichstrich am Glas sein, damit beim Einfüllen bis dorthin genau ein fünftel Liter Getränk ins Glas passt? Es gilt die Abschätzung: $I(5) \leq \pi \cdot 3^2 \cdot 1 + \pi \cdot (7{,}23/2)^2 \cdot 4 \approx 192{,}49 < 200$. Die Höhe 5 cm des Eichstrichs entspricht einem Volumen, das kleiner als ein fünftel Liter ist, und daher muss $b > 5$ sein. *Bemerkungen: I ist eine Integralfunktion (gemäß BPE 13.2). Andere Abschätzungen können zu grob sein, um das gewünschte Resultat zu erzielen.*			5
	Summe	**10**	**18**	**12**
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**25**	**45**	**30**

Standardbezug

1	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
1.1						
a	I	I		I		
b	II			II		II
1.2						
a					I	
b	I			I		
c	II			II	II	
d		III		II	II	
e		I			II	II
f	III	II			III	
1.3						
a			I		I	
b	II		I		II	
c	II		II			II
d	III	II				II

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN) – Teil B (mit Hilfsmitteln)**	
Erwartungshorizont	**Pflichtteil**	**Aufgabe 1 – Lehrerauswahl II**

1	**Analysis** *Aus dem IQB-Aufgabenpool, Jahr 2019, Analysis, eAN* *(Poolaufgabe mit 50 BE wurde auf 40 BE gekürzt)*	Anforderungs-bereich in BE I	II	III
1.1				
a	Der gesuchte Term hat die Form $g(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Da $(0\|0)$ Tiefpunkt ist, gilt $c=d=0$. Damit: $g'(x)=3ax^2+2bx$, $g''(x)=6ax+2b$ Mit $g\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{8}a+\frac{1}{4}b=\frac{5}{4} \Leftrightarrow 2b=a+10$ ergibt sich: $g''\left(-\frac{1}{2}\right)=-3a+a+10=0 \Leftrightarrow a=5$, d. h. $b=\frac{15}{2}$		6	
b	$\tan\alpha=g'\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{15}{4}$, d. h. $\alpha\approx-75°$ Die Größe des Winkels beträgt etwa 75°.		3	
c	$h'(x)=10x\cdot e^{\frac{2}{3}x^3}+5x^2\cdot 2x^2\cdot e^{\frac{2}{3}x^3}=10x\cdot\left(1+x^3\right)\cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$ *Bemerkung: illustrierendes Beispiel für die Kombination von Kettenregel und Produktregel (gemäß BPE 12.3)*		3	
d	$h'(x)=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=0$, $h(-1)=5e^{-\frac{2}{3}}$, $h(0)=0$ Damit: $\left(-1\|5e^{-\frac{2}{3}}\right)$, $(0\|0)$	3		
e	Da das Produkt negativ ist, haben die beiden Differenzen unterschiedliche Vorzeichen. Damit haben die Graphen von g und h im angegebenen Bereich mindestens einen Schnittpunkt. *Bemerkung: Ein Grundverständnis für Stetigkeit (gemäß BPE 2.1) ist erforderlich.*			3
f	Es gilt $H'(x)=h(x)$. Da $h(x)\geq 0$ für alle $x\in\mathbb{R}$ sowie $h(0)=0$, ist der Graph von H monoton steigend und dessen Steigung für $x=0$ null. Dies gilt nur für den Graphen I. *Bemerkung: Das Verständnis von Integralfunktionen (gemäß BPE 13.2) wird im Zusammenhang mit einer graphischen Aussage geprüft.*			3

1.2	*Bemerkung: Anwendungsanteil kann wesentlich höher als die bisherigen 33 % sein.*			
a	 Die Höhe, in der der Luftdruck 650 hPa beträgt, ist etwa 3,4 km.	2		
b	$p(x+d)=\frac{1}{2}\cdot p(x) \Leftrightarrow 1000e^{-\frac{x+d}{8}}=500e^{-\frac{x}{8}} \Leftrightarrow e^{-\frac{d}{8}}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow d=8\cdot\ln 2$ Die Höhenänderung beträgt etwa 5,5 km.			3
c	$p'(x)=-125e^{-\frac{x}{8}}$ $p'(1{,}785)=-125e^{-\frac{1{,}785}{8}}\approx -100$, d. h. die Änderungsrate beträgt etwa $-100\,\frac{\text{hPa}}{\text{km}}$.	3		
d	$1000e^{-\frac{x}{8}}=p(1{,}785)-100$ liefert $x=-8\cdot\ln\frac{p(1{,}785)-100}{1000}\approx 2{,}85$. Die Bergsteiger befinden sich in einer Höhe von etwa 2850 m.			4
e	Die Gleichung hat die Form $y=-0{,}01x+n$. Da der Punkt $(800\,\vert\,1{,}785)$ auf dem Graphen der Funktion liegt, ergibt sich: $1{,}785=-0{,}01\cdot 800+n \Leftrightarrow n=9{,}785$		3	
f	Wertemenge: $\mathbb{R}_0^+$ Mit dem Term kann im Modell für jeden Luftdruck in Hektopascal die zugehörige Höhe über dem Meeresspiegel in Kilometern berechnet werden. *Bemerkung: Hier tritt ein einfacher Term auf Basis der ln-Funktion auf.*		4	
	Summe	**8**	**19**	**13**
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**20**	**48**	**33**

Standardbezug

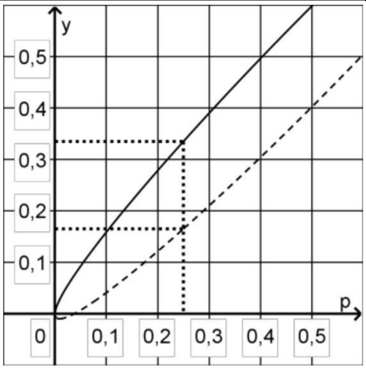
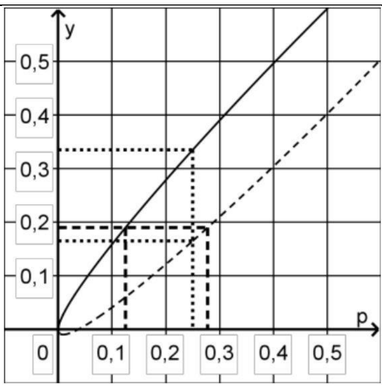
1	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
1.1						
a	II	II			II	
b		I			II	I
c					I	
d					I	
e	III	III				II
f	II	II		II		
1.2						
a			I	I		
b		III	II		II	
c			I		I	
d		III	II		II	
e			II		II	II
f	II		II		I	I

2	**Stochastik**	Anforderungsbereich in BE I	II	III
a	X: Anzahl der mit der Arbeit des Bürgermeisters zufriedenen Bürger (von 10) $\mathrm{P(A) = P(X = 5) + P(X = 6)} = 0{,}2006\ldots + 0{,}2508\ldots = 0{,}4514\ldots$ $\mathrm{P(B) = P(X \leq 6)} = 0{,}6177\ldots$	4		
b	Erwartungswert: $\mu = 10 \cdot 0{,}6 = 6$ $\mathbf{P(3 \leq X \leq 9) = P(X \leq 9) - P(X \leq 2) = 0{,}9939\ldots - 0{,}0122\ldots = 0{,}9816\ldots}$		3	
c	Der Term 6!·3!·1! gibt an, wie viele unterschiedliche Verteilungen auf die Sitzplätze der 10 Bürger unter den gegebenen Randbedingungen möglich sind. *Bemerkung: Die Teilaufgabe illustriert ein Beispiel, in welcher Form die Grundlagen der Kombinatorik auftreten können.*	2		
d	Die Anzahl der zufriedenen Bürger ist genau 244, der Rest 122. Für die zugehörige Wahrscheinlichkeit gilt: $\boldsymbol{\binom{366}{122} \cdot 0{,}4^{122} \cdot 0{,}6^{244} \approx 0{,}00138 \geq 0{,}001}$, und daher ist diese nicht kleiner als 0,1 %.		3	
e	Y: Anzahl der neutralen Bürger unter den n zufällig befragten Bürgern Trefferwahrscheinlichkeit: p = 0,1 Gesucht ist das maximale n, sodass $\mathrm{P(Y \leq 40) \geq 0{,}8}$. WTR und Intervallschachtelung ergibt: $\mathrm{n = 358 \Rightarrow P(Y \leq 40) \approx 0{,}7983}$; $\mathrm{n = 357 \Rightarrow P(Y \leq 40) \approx 0{,}8034}$. Die Anzahl von Bürgern, die man hierzu höchstens befragen sollte, ist 357. *Bemerkung: Das Hilfsmittel WTR muss im Rahmen einer mehrschrittigen Lösung mit komplexer Argumentation zielgerichtet eingesetzt werden.*			4
f	Vertrauensintervall mit $n = 500,\ h = 0{,}536$ und Vertrauenswahrscheinlichkeit 95 %, d. h. $c = 1{,}96$: $[0{,}492; 0{,}580]$ Das Vertrauensintervall enthält auch Werte, die kleiner sind als 50 %. Somit kann der Bürgermeister nicht mit 95%iger Sicherheit damit rechnen, bei der anstehenden Wahl die absolute Mehrheit der Stimmen zu erhalten.		3	

Z: Zufrieden; U: Unzufrieden; N: Neutral; M: Männlich				
g	$P_Z(M) = \frac{P(Z \cap M)}{P(Z)} = \frac{0{,}24}{0{,}6} = 0{,}4$		2	
h	$P(U \cap M) = P(U) \cdot P_U(M) = 0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}21 \Rightarrow P(N \cap M) = 0{,}48 - 0{,}45 = 0{,}03$ $P_N(M) = \frac{P(N \cap M)}{P(N)} = \frac{0{,}03}{0{,}1} = 0{,}3$, d. h. (1). $P(Z \cap \overline{M}) = P(Z) \cdot P_Z(\overline{M}) = 0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}36 \Rightarrow P(N \cap \overline{M}) = 0{,}52 - 0{,}45 = 0{,}07$ $P_{\overline{M}}(N) = \frac{P(N \cap \overline{M})}{P(\overline{M})} = \frac{0{,}07}{0{,}52} = 0{,}1346...$, d. h. (2). *Bemerkung: Alternative Lösungsdarstellungen basieren auf Bäumen oder einer modifizierten Vierfeldertafel.*			4
	Summe	**6**	**11**	**8**
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**24**	**44**	**32**

Standardbezug

2	**Allgemeine mathematische Kompetenzen**					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a		I	I		I	
b	I		I		II	
c	I		I		I	
d		II	II		II	I
e	III	II	II		III	
f	II		II		II	
g	II	II			I	I
h	III		II		II	III

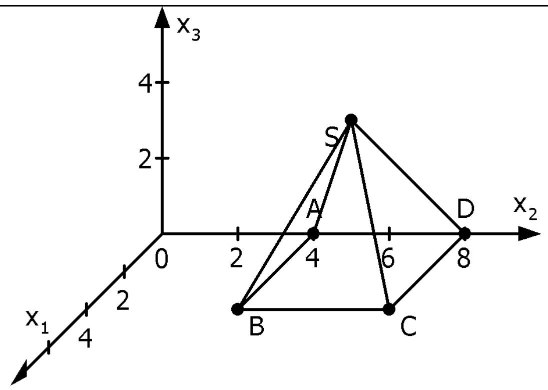
2	**Stochastik** *Aus dem IQB-Aufgabenpool, Jahr 2019, Stochastik, eAN*	Anforderungsbereich in BE I	II	III
2.1				
a	P(A) ≈ 20,2 % P(B) ≈ 1 – 0,6172 ≈ 38,3 % P(C) ≈ 0,8982 – 0,0913 ≈ 80,7 %	5		
b	Zufallsexperiment: „Acht Geräte werden zufällig ausgewählt.“ Ereignis: „Von den ausgewählten Geräten ist mindestens eines fehlerhaft und mindestens eines nicht fehlerhaft.“		3	
c	$\frac{0{,}25 \cdot 0{,}8}{0{,}75 + 0{,}25 \cdot 0{,}8} \approx 21{,}1\ \%$		4	
d	 Wäre die Anzahl fehlerhafter Geräte in der Stichprobe kleiner als 17 oder größer als 33, so würde Anlass dazu bestehen, die Korrektheit des gegebenen Anteils infrage zu stellen.		3	
e	 Für das zur gegebenen Anzahl fehlerhafter Geräte in der Stichprobe gehörende Konfidenzintervall ergibt sich näherungsweise [0,13;0,28].		3	
2.2				
a	Würde es sich um die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y handeln, so wäre p = 0,5. Es gilt B(20;0,5;10) ≈ 0,176. Die abgebildete Wahrscheinlichkeitsverteilung zeigt für 10 Treffer jedoch eine Wahrscheinlichkeit, die kleiner als 0,16 ist.			3

b	$\binom{20}{10} \cdot p^{10} \cdot (1-p)^{10} = 0{,}047$ liefert $p \approx 0{,}32 \vee p \approx 0{,}68$			4
	Summe	**5**	**13**	**7**
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**20**	**52**	**28**

Standardbezug

2	**Allgemeine mathematische Kompetenzen**					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
2.1						
a			I		I	
b	II		II			II
c		II	II		I	
d			II	II		I
e		II	II	II		
2.2						
a	III			II		II
b		III			III	

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN) – Teil B (mit Hilfsmitteln)**	
Erwartungshorizont	**Pflichtteil**	**Aufgabe 3 – Lehrerauswahl I**

3	**Lineare Algebra: Vektorgeometrie**	Anforderungs-bereich in BE		
		I	II	III
3.1				
a	Der Mittelpunkt der Diagonalen AC ist: M(2|6|0). Mit der Höhe 4 m ergibt sich die Spitze S(2|6|4).		2	
b	Zeichnung: 	3		
c	Seitenkante AS: $\vec{x} = \begin{pmatrix}0\\4\\0\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}2\\2\\4\end{pmatrix}$; $r\in IR$ Orthogonale Projektion auf x_1x_2-Ebene: $\vec{x} = \begin{pmatrix}0\\4\\0\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}2\\2\\0\end{pmatrix}$; $r\in IR$ Winkel zwischen $\begin{pmatrix}2\\2\\4\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}2\\2\\0\end{pmatrix}$: $\cos(\varphi) = \frac{2\cdot2+2\cdot2+4\cdot0}{\sqrt{24}\cdot\sqrt{8}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$; $\varphi \approx 54{,}7°$		2	
d	Jede der vier Seitenflächen besitzt eine Grundseite der Länge 4 m und eine Höhe der Länge $2\cdot\sqrt{5}$ m (Pythagoras). Die Gesamtfläche ist somit $16\cdot\sqrt{5}$ m². Da die Beschichtung 15 Cent pro cm^2 kostet, kostet ein Quadratmeter 1.500 €. Insgesamt muss mit etwa 53.666 € für die Beschichtung kalkuliert werden. *Bemerkung: Die Aufgabe illustriert u. a., dass Inhalte aus der Sekundarstufe I auftreten können.*	3		

e	$\overrightarrow{CS} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CK} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$; Ebene E durch die Punkte K, S und C: E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$; $r,s \in IR$ Aus den ersten beiden Gleichungen des zugehörigen Systems folgt: $r = \frac{1}{10}(36 - 4x_2 - x_1) \wedge s = \frac{1}{5}(x_2 - x_1 - 4)$$r = \frac{1}{10}(36 - 4x_2 - x_1) \ \wedge \ s = \frac{1}{5}(x_2 - x_1 - 4)$ Somit durch Einsetzen von r und s in die dritte Gleichung: E: $x_1 + x_2 + x_3 = 12$. *Bemerkung: Für die Bestimmung einer Koordinatenform kann man den hier aufgezeigten, etwas unüblichen Weg im eAN beschreiten. Über die Bestimmung eines Normalenvektors von E und eine Punktprobe gelangt man alternativ zur Koordinatenform von E.*		4	
f	$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$; Objektbewegung: h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$; $s \geq 0$ Objektbewegung: h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$; $s \geq 0$ Schnitt von E und h: $(5+4s)+(4+4s)+2 = 12 \Rightarrow s = 0{,}125$ Q(5,5|4,5|2)			4
3.2				
a	Nur C·A ergibt die vorgegebene Matrix D. Man berechnet hiermit: a = 1 und b = 2.		3	
b	$B_2 = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$; $B_3 = \begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$; $2^n > 1000 \Rightarrow n \geq 10$ Die gesuchte Zahl ist n = 10.			4
Bemerkung: Die Aufgabe zeigt, dass es möglich ist, dass eine Aufgabe in der Linearen Algebra unterschiedliche Anteile aus deren beiden Teilgebieten (Vektorgeometrie und Matrizen) haben kann. Die Teilaufgaben aus dem Teilgebiet „Matrizen“ sind dabei unabhängig vom Profil.				
	Summe	**6**	**11**	**8**
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**24**	**44**	**32**

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN) – Teil B (mit Hilfsmitteln)**	
Erwartungshorizont	**Pflichtteil**	**Aufgabe 3 – Lehrerauswahl I**

Standardbezug

3	**Allgemeine mathematische Kompetenzen**					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
3.1						
a	II		I			II
b			I	I		
c				II	I	
d		I	I		I	
e					II	I
f		III	III		II	
3.2						
a				I	I	II
b		III			II	II

3	**Vektorgeometrie** *Aus dem IQB-Aufgabenpool, Jahr 2020, AG/LA (A2), eAN*	Anforderungsbereich in BE I	II	III
a	Der Richtungsvektor $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ von g gibt auch die Richtung der x_1 -Achse an. Wegen $-12+a\cdot 0 \neq -8$ für alle $a \in \mathbb{R}$ verläuft g nicht durch L.	2		
b	$\begin{pmatrix}0\\-12\\9\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-\frac{25}{4}\\-8\\6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{25}{4}\\-4\\3\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}\frac{25}{4}\\-4\\3\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}n_1\\n_2\\n_3\end{pmatrix}=0 \wedge \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}n_1\\n_2\\n_3\end{pmatrix}=0$ liefert $n_1 = 0$ und damit $-4n_2 + 3n_3 = 0$, d. h. $\begin{pmatrix}0\\3\\4\end{pmatrix}$ ist ein Normalenvektor von E. Die Gleichung von E hat also die Form $3x_2 + 4x_3 = b$. $L \in E \quad \Leftrightarrow \quad b = 3\cdot(-8) + 4\cdot 6 = 0$		4	
c	Da O und P auf der x_1-Achse sowie Q und R auf g liegen, sind $\overline{OP}$ und $\overline{QR}$ parallel zueinander. Wegen $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix}0\\-12\\9\end{pmatrix}$ stehen $\overline{OR}$ und $\overline{PQ}$ senkrecht zur x_1-Achse.	2		
d	Man bestimmt die Koordinaten des Schnittpunkts F der Gerade durch P und R mit der Ebene, die senkrecht zu dieser Gerade steht und den Punkt O enthält. Damit liefert $\overrightarrow{OS} = 2\,\overrightarrow{OF}$ die Koordinaten von S.		3	
e	$\left\lvert\overrightarrow{OP}\right\rvert \cdot \left\lvert\overrightarrow{OR}\right\rvert = \frac{25}{2}\cdot\sqrt{12^2+9^2} = 187{,}5$, d. h. der Flächeninhalt beträgt etwa 1,9 m².	2		

f	$\sin\alpha = \frac{\begin{pmatrix}0\\-12\\9\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}}{\left\|\begin{pmatrix}0\\-12\\9\end{pmatrix}\right\|\circ\left\|\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right\|}$ $\sin\alpha = \frac{\begin{pmatrix}0\\-12\\9\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}}{\left\|\begin{pmatrix}0\\-12\\9\end{pmatrix}\right\|\circ\left\|\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right\|}$, d. h. $\alpha \approx 36{,}9°$ (im IQB-Pool: $\cos\alpha = \frac{\begin{pmatrix}0\\3\\4\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}}{\left\|\begin{pmatrix}0\\3\\4\end{pmatrix}\right\|\circ\left\|\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right\|}$) *Bemerkungen: Der Lösungsansatz im ursprünglichen Erwartungshorizont des IQB ist nicht BP-konform. Offensichtlich lässt sich das Ergebnis jedoch auch als Winkel zwischen $\overrightarrow{OR}$ und der x_1x_2-Ebene bestimmen (gemäß BPE 16.1).*		3	
g	Da $3\cdot\left(-8k+\frac{8}{3}k^2\right)+4\cdot\left(6k-2k^2\right)=0$ für alle $k\in\mathbb{R}$, liegen alle Punkte B_k in E. *Gegeben ist ein parametrisierter Punkt B_k. In 3g ist eine Aussage für B_k unabhängig von k zu zeigen*		2	
h	Gerade durch P und Q: $\vec{x} = \begin{pmatrix}-\frac{25}{2}\\0\\0\end{pmatrix} + d\cdot\begin{pmatrix}0\\-12\\9\end{pmatrix}$, $d\in\mathbb{R}$ $\begin{pmatrix}-5-3k\\-8k+\frac{8}{3}k^2\\6k-2k^2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-\frac{25}{2}\\0\\0\end{pmatrix} + d\cdot\begin{pmatrix}0\\-12\\9\end{pmatrix}$ liefert $k=\frac{5}{2}$. Damit: $\left(-\frac{25}{2}\middle\|-\frac{10}{3}\middle\|\frac{5}{2}\right)$ *Gegeben ist ein parametrisierter Punkt B_k. In 3h ist k einmalig so festzulegen, dass die x_1-Koordinate -12,5 beträgt.*			4

i	Die Höhe des Balls über dem Untergrund kann mithilfe der Funktion h mit $h(k) = 6k - 2k^2$ beschrieben werden. $h'(k) = 6 - 4k = 0 \quad \Leftrightarrow \quad k = \frac{3}{2}$ $h\left(\frac{3}{2}\right) = 4{,}5$, d. h. der Ball erreicht eine maximale Höhe von 45 cm über dem Untergrund. *Gegeben ist ein parametrisierter Punkt B_k. In 3i ist k einmalig so festzulegen, dass die x_3-Koordinate maximal ist (Scheitelpunkt einer Parabel).*			3
	Summe	**6**	**12**	**7**
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**24**	**48**	**28**

Standardbezug

3	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a	I				I	I
b		I			II	
c	I				I	I
d		II		I	I	II
e			I		I	
f			I		II	
g			I		II	
h		III	II		II	
i		III	III		II	II

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.2	**Mathematik (gAN) – Teil A (ohne Hilfsmittel)**	
Erwartungshorizont	**Pflichtteil**	**Aufgabe 1**

1	**Analysis**	Anforderungsbereich in BE		
		I	II	III
a	Schaubild A kann nicht die Funktion p darstellen, da $p(x) \to +\infty$ für $x \to +\infty$. Schaubild B kann ebenfalls nicht die Funktion p darstellen, da dieses keinen Sattelpunkt aufweist, p aber bei $x = 0$ eine dreifache Nullstelle hat. Schaubild C kann ebenfalls nicht die Funktion p darstellen. Das Schaubild von p ist symmetrisch zum Ursprung. Dies trifft für das Schaubild C nicht zu.	2	1	
b	$a = -1$	1	1	
	Summe	**3**	**2**	
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**60**	**40**	

Standardbezug

1	**Allgemeine mathematische Kompetenzen**					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a	I			I		I
b	I			II		

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.2	**Mathematik (gAN) – Teil A (ohne Hilfsmittel)**	
Erwartungshorizont	**Pflichtteil**	**Aufgabe 2**

2	**Stochastik** *Aus dem IQB-Aufgabenpool, Aufgabensammlung, Stochastik, Aufgabengruppe 1, gAN*	Anforderungsbereich in BE		
		I	II	III
a	Die Wahrscheinlichkeit ist $\frac{2}{36}$.	1		
b	I - Z: Nur bei Z ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zufallsgröße den Wert 0 annimmt, ungleich null. II - X: Nur bei X stimmen die Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse überein. III - Y: Nur bei Y ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zufallsgröße den Wert 1 annimmt, gleich null.		4	
	Summe	**1**	**4**	
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**20**	**80**	

Standardbezug

2	**Allgemeine mathematische Kompetenzen**					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a						I
b					II	II

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.2	**Mathematik (gAN) – Teil A (ohne Hilfsmittel)**	
Erwartungshorizont	**Pflichtteil**	**Aufgabe 3**

3	**Lineare Algebra: Vektorgeometrie**	Anforderungsbereich in BE		
		I	II	III
a	Setzt man r = 0 bzw. s = – 1 in g bzw. h ein, so folgt, dass S(2|1|1) sowohl auf g als auch auf h liegt. Orthogonalität: $\begin{pmatrix} -3 \\ a \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = 0$ *Bemerkung: Die zu beweisende Eigenschaft gilt unabhängig von dem Wert von a.*	3		
b	g und h schneiden sich orthogonal im Punkt S(2|1|1). Der Richtungsvektor von h hat die Länge 5. Wegen $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, ist P(– 2|1| – 2) eine mögliche Lösung.		2	
	Summe	**3**	**2**	
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**60**	**40**	

Standardbezug

3	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a		I		I	I	
b	II	II		II		

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.2	**Mathematik (gAN) – Teil A (ohne Hilfsmittel)**	
Erwartungshorizont	**Wahlteil**	**Aufgabe 4 – Auswahl I**

4	**Analysis** *Aus dem IQB-Aufgabenpool, Aufgabensammlung, Analysis Aufgabengruppe 1, gAN*	Anforderungsbereich in BE		
		I	II	III
a	$D = [\,1\,;\,\infty\,[$	1		
b	$f(x) = 0 \;\Leftrightarrow\; \sqrt{x-1} = 0 \;\vee\; \frac{1}{2}x - \frac{8}{5} = 0 \;\Leftrightarrow\; x = 1 \;\vee\; x = \frac{16}{5}$		2	
c	Graph I Begründung: $D = [\,1\,;\,\infty\,[\;,\;\; -f(2) > 0$		2	
	Summe	**1**	**4**	
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**20**	**80**	

Standardbezug

4	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a					I	
b		I			II	
c	II	II		II		

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.2	Mathematik (gAN) – Teil A (ohne Hilfsmittel)	
Erwartungshorizont	Wahlteil	Aufgabe 4 – Auswahl II

4	Stochastik	Anforderungsbereich in BE		
		I	II	III
$0{,}12 = P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B)$, d. h. $P(A \cup B) = 0{,}88$ Additionssatz ergibt $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0{,}4 + 0{,}8 - 0{,}88 = 0{,}32$. Mit $P(A) \cdot P(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}8 = 0{,}32$ folgt hieraus die stochastische Unabhängigkeit. *Bemerkung: Alternativ ist eine Lösung mit Vier-Felder-Tafel oder Baumdiagramm möglich.*		3	2	
	Summe	**3**	**2**	
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**60**	**40**	

Standardbezug

	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
4	II	II			I	

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.2	**Mathematik (gAN) – Teil A (ohne Hilfsmittel)**	
Erwartungshorizont	**Wahlteil**	**Aufgabe 5 – Auswahl I**

5	**Analysis** *Aus dem IQB-Aufgabenpool, Jahr 2017, Analysis Aufgabengruppe 2, gAN*	Anforderungsbereich in BE		
		I	II	III
a	Graph II Graph I liegt für $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ oberhalb der x-Achse. Würde Graph I die Ableitungsfunktion darstellen, so wäre Graph II für $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ streng monoton steigend. Da dies nicht der Fall ist, stellt Graph II die Ableitungsfunktion dar.		2	
b	$\int_0^{\pi} k\sin(x)\,dx = [-k\cos(x)]_0^{\pi} = 2k \quad , \quad 2k = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k = \frac{1}{4}$ *Das Auftreten einer Schar in dieser Form ist möglich, da ein konkreter Wert für den Scharparameter k ermittelt wird.*			3
	Summe		**2**	**3**
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent		**40**	**60**

Standardbezug

5	**Allgemeine mathematische Kompetenzen**					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a	II	II		II		
b		III			III	II

5	**Stochastik** *Aus dem IQB-Aufgabenpool, Aufgabensammlung, Stochastik Aufgabengruppe 2, gAN*	Anforderungsbereich in BE		
		I	II	III
a	17 % der Mäuse leiden nur an der Krankheit A, 5 % nur an der Krankheit B. Damit: 17 % + 5 % + 3 % = 25 %		2	
b	Zufallsexperiment: Aus den weißen Mäusen des Zuchtbetriebs werden zehn zufällig ausgewählt. Ereignis: „Höchstens acht der ausgewählten Mäuse sind gesund.“			3
	Summe		**2**	**3**
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent		**40**	**60**

Standardbezug

5	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
a	II					II
b	III	III	III			

<table>
<tr><td>Musterprüfungsaufgabe
ab Abitur 2024</td><td colspan="2">Berufliches Gymnasium</td></tr>
<tr><td>2.2.2</td><td colspan="2">Mathematik (gAN) – Teil A (PLA)</td></tr>
<tr><td>Erwartungshorizont</td><td>Wahlteil</td><td>Aufgabe 6</td></tr>
</table>

6 Vektorgeometrie

<table>
<tr><th>Kriterien</th><th>Indikatoren</th><th>Erwartungshorizont</th><th>Nicht vorhan-den</th><th>Teil-weise vorh.</th><th>Über-wiegend vorh.</th><th>Voll-ständig vorh.</th></tr>
<tr><td>Analyse</td><td>

Problem verbalisieren
Ordnen der Informationen z. B. mithilfe von Skizzen, Modellen, Tabellen
…

</td><td>

Wie viele Punkte gibt es, die im dreidimensionalen Koordinatensystem am gleichen Ort erscheinen, an dem der Punkt A(0|2|4) liegt?

</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Durchführung</td><td>

„Einlassen“ auf das Problem, d. h. ausdauernde Überwindung der Hindernisse
Untersuchung von Beispielen / Spezialfällen
Vermutungen äußern
(allgemeine) Strukturen finden
Lösungsstrategie entwickeln und umsetzen
Vermutungen testen/überprüfen
evtl. Vermutungen ergänzen / anpassen
evtl. Lösungsstrategien korrigieren
sachliche Korrektheit
Verbindung zu passendem Vorwissen / passenden mathematischen Kompetenzen
…

</td><td>

z. B.: Untersuchung von Beispielen, Punkte benennen:
$A_0(0|2|4), A_1(1|2{,}5|4{,}5), A_2(2|3|5)$
Durch die Benennung mehrerer Punkte kann vielleicht ein Muster erkannt und so weitere bzw. alle anderen Punkte entdeckt werden.
z. B. tabellarisch:
<table>
<tr><th>x_1</th><th>x_2</th><th>x_3</th></tr>
<tr><td>0</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2,5</td><td>4,5</td></tr>
<tr><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr>
<tr><td>k</td><td>$2+0{,}5k$</td><td>$4+0{,}5k$</td></tr>
</table>

Oder: Vermutung: Alle Punkte können mit folgender Formel ermittelt werden:
$A_k(k|2+0{,}5k|4+0{,}5k)$
Oder: Überprüfung anhand von noch nicht gezeichneten Punkten, insbesondere mit negativen ersten Koordinaten
Oder: Gerade aller Punkte wird erkannt und angegeben:
z. B. $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
Oder: Spur- / Durchstoßpunkte: $E_1(0|2|4); E_2(-4|0|2); E_3(-8|2|0)$ werden genutzt …
Oder: …

</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

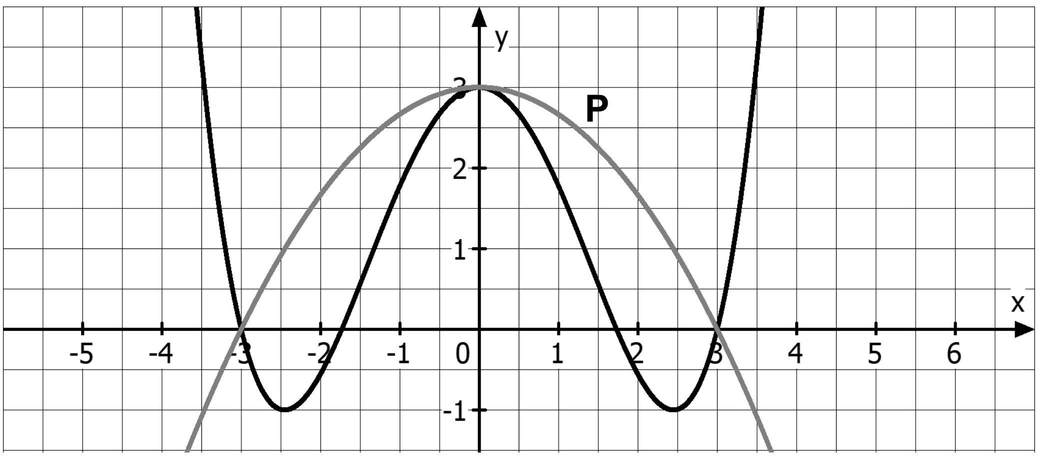
Kriterien	Indikatoren	Erwartungshorizont	Nicht vorhanden	Teilweise vorh.	Überwiegend vorh.	Vollständig vorh.
Rückblick	• Lösung angeben und auf Plausibilität überprüfen / reflektieren • bei Abbruch: mögliche Gründe reflektieren • alternative Lösungswege suchen / formulieren • …	• Alle gesuchten Punkte können in der Form $A_k(k\|2+0{,}5k\|4+0{,}5k)$ angegeben werden. Mit $k \in$ IR ergibt dies unendlich viele Punkte. • Alle Punkte liegen auf einer Geraden mit Richtungsvektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0{,}5 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$ • Alternativ könnte man die zweite oder dritte Koordinate als freien Parameter k setzen. • Oder…				
Darstellung	• übersichtlich & strukturiert • verständlich & nachvollziehbar • …					
						10

Standardbezug

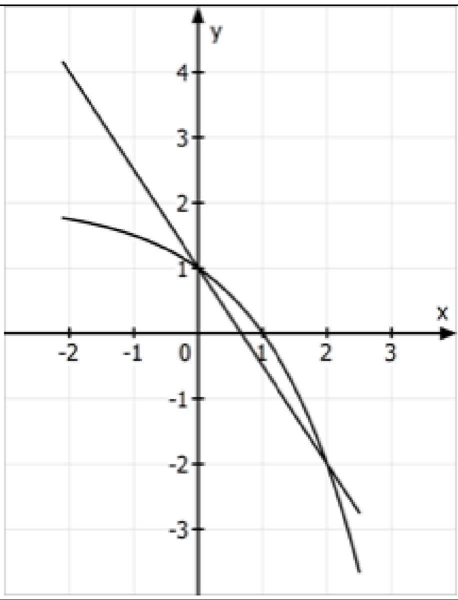
	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
6	II	III		II	I	III

Anforderungsbereich		
I	II	III
2	2	6

<table>
<tr><td>Musterprüfungsaufgabe
ab Abitur 2024</td><td colspan="2">Berufliches Gymnasium</td></tr>
<tr><td>2.2.2</td><td colspan="2">Mathematik (gAN) – Teil B (mit Hilfsmitteln)</td></tr>
<tr><td>Erwartungshorizont</td><td>Pflichtteil</td><td>Aufgabe 1 – Lehrerauswahl I</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">Analysis</td><td colspan="3">Anforderungs-bereich in BE</td></tr>
<tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td>1.1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>a</td><td>Erwartet wird jeweils eine konkrete Lösung aus den folgenden Bereichen:
Verschiebung um mehr als 1 LE nach oben: keine Nullstellen
Verschiebung um mehr als 3 LE nach unten oder Verschiebung um genau 1 LE nach oben: genau 2 Nullstellen
Verschiebung um genau 3 LE nach unten: genau 3 Nullstellen
Keine Verschiebung oder Verschiebung um weniger als 3 LE nach unten oder Verschiebung um weniger als 1 LE nach oben: genau 4 Nullstellen</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>b</td><td>$g(3) = 0 = p(3)$ und $g(0) = 3 = p(0)$
Der Graph von p sei P.

</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c</td><td>$d(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 3 - \left(\frac{1}{9}x^4 - \frac{4}{3}x^2 + 3\right) = -\frac{1}{9}x^4 + x^2$; $0 \leq x \leq 3$.
$d`(x) = -\frac{4}{9}x^3 + 2x$
Für $0 \leq x \leq 3$ gilt: $d'(x) = 0 \;\Leftrightarrow\; x\left(\frac{4}{9}x^2 - 2\right) = 0 \;\Leftrightarrow\; x = 0 \;\vee\; x = \frac{3}{2}\sqrt{2}$
Es gelten $d(0) = d(3) = 0$ und $d(1) > 0$. Unter Miteinbeziehung der Graphen von g und p ergibt sich somit, dass bei $x = \frac{3}{2}\sqrt{2}$ $x = \frac{3}{2}\sqrt{2}$das absolute Maximum von d auf
$0 \leq x \leq 3$ vorliegt. Die maximale Streckenlänge beträgt: $d\left(\frac{3}{2}\sqrt{2}\right) = \frac{9}{4}$ LE.

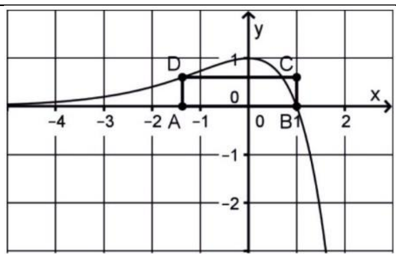
Bemerkung: Ein hinreichendes Kriterium ist nicht erforderlich, da die Maximum-Eigenschaft bereits aus dem Graph erkennbar ist. Es reicht somit der Verweis auf diese. Die vorliegende Aufgabe zeigt auch, dass (in beiden Niveaustufen) Optimierung im theoretischen Kontext auftreten kann.</td><td></td><td></td><td>4</td></tr>
</table>

	Bemerkung: Die hier benötigte Differenz von Funktionstermen dient auch als Vorbereitung für die Aufgabenteile 1.2 d und e, in denen dieses mathematische Konzept in anderem Kontext nochmals aufgenommen wird.			
1.2				
a	Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen: N(1|0) ; S(0|1) Es gilt: $e^{\ln(2)x} = \left(e^{\ln(2)}\right)^x = 2^x$; x∈IR. *Bemerkung: Hier gibt es eine zusätzliche BE im AB I, um auf die unterschiedlichen Verteilungen für gAN im Vergleich mit dem eAN zu gelangen.*	3		
b		3		
c	$\int_0^2 \left(1+\frac{3}{2}x - e^{\ln(2)\cdot x}\right) dx = \left[x + \frac{3}{4}x^2 - \frac{e^{\ln(2)\cdot x}}{\ln(2)}\right]_0^2 = 5 - \frac{3}{\ln(2)} = 0{,}6719\ldots$ Das Integral liefert den Wert des Inhalts der von K_f und h umschlossenen Fläche, denn h schneidet K_f in (0|1) und (2|-2) sowie h(1) < 0 = f(1).		5	
d	Ausgehend von h zeigt eine geometrische Überlegung: $m < 0 \;\wedge\; m \neq -\ln(2) = f'(0)$ *Bemerkung: Die Lösung der Aufgabe erfordert ein Parameterdenken für die vorgegebenen Geraden. Die erste Ableitung von f wurde im gAN u.a. deshalb vorgegeben, um eine leichte Vereinfachung im Vergleich mit dem eAN zu erreichen.*			2
e	Ansatz zur Berechnung von q mit $q(x) = ax^2+bx+c$: $q(0) = 1 \;\wedge\; q'(0) = -\ln(2) \;\wedge\; q(1) = 0$		4	

	$q(x) = (\ln(2)-1)x^2 - \ln(2)x+1$ Daher $\lvert q(0{,}5)-f(0{,}5)\rvert = \lvert\sqrt{2} - \frac{1}{4}\ln(2) - \frac{5}{4}\rvert \approx 0{,}00907$. *Bemerkung: Der stetige und knickfreie Übergang wird hier illustriert.*			
1.3				
a	$2\cdot w(10) = \frac{32}{5}\sqrt{10} - 15 + \frac{2}{5} = 5{,}6385\ldots$ Der innere Durchmesser des Glases an dessen Öffnung ist etwa 5,64 cm. $2\cdot w(4) = \frac{64}{5} - 6 + \frac{2}{5} = \frac{36}{5} = 7{,}2$ Die Breite des Glases in einer Füllhöhe von 4 cm ist 7,2 cm.	2		
b	$w'(x)=\frac{8}{5\sqrt{x}}-\frac{3}{4};0<x\leq 10$ $w`(x) = \frac{8}{5\sqrt{x}} - \frac{3}{4}$; $0 < x \leq 10$ $w'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1024}{225}$ Das Graph von w in Abb. 1 zeigt ein eindeutiges Maximum. Wegen $2\cdot w\left(\frac{1024}{225}\right) = \frac{542}{75}$ ist die maximale Breite des Glases etwa 7,23 cm. *Bemerkung: Hinreichendes Kriterium nicht erforderlich, da durch den Graph bereits erkennbar vorgegeben. Es reicht somit der Verweis auf die Abbildung.*		4	
c	Um den Inhalt abzuschätzen, verwendet man beispielsweise einen Zylinder der Höhe 4 cm, der das Glas bis zu dieser Füllhöhe vollständig umfasst. Diese Eigenschaft ist, wie Abb. 1 zu entnehmen ist, für einen Zylinderradius von 4 cm erfüllt. Ein solcher Zylinder hat das Volumen $\pi\cdot 4^2\cdot 4 = 64\cdot\pi < 250$, und daher fasst das Glas bis zu einer Füllhöhe von 4 cm ebenfalls weniger als einen viertel Liter. Es folgt, dass der Eichstrich in einer Füllhöhe von mehr als 4 cm am Glas angebracht ist. *Bemerkung: Kenntnisse aus der Sekundarstufe I genügen, um den rechnerischen Anteil dieser Aufgabe zu lösen. Insbesondere werden keinerlei Volumenintegrale oder Ähnliches benötigt.*			3
	Summe	**11**	**15**	**9**
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**31**	**43**	**26**

Standardbezug

1	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
1.1						
a	I			II		I
b				I	I	
c		III		II	II	II
1.2						
a				I	I	
b				I		
c	II			II	II	
d		III		II	II	
e		I		II	II	
1.3						
a			I		I	
b	II		I		II	
c	III	II				II

		Anforderungs-bereich in BE		
		I	II	III
1	**Analysis** *Aus dem IQB-Aufgabenpool, Aufgabensammlung, Analysis, gAN, die Poolaufgabe mit 40 BE wurde auf 35 BE gekürzt.* *Bemerkung: Funktionszuordnung in der Darstellung „$f : x \mapsto \dots$“ gegeben (gemäß BPE 1.3).*			
1.1				
a	$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$, d. h. Schnittpunkt mit der x-Achse: (1|0) $f(0) = 1$, d. h. Schnittpunkt mit der y-Achse: (0|1)	3		
b	$f'(x) = -x \cdot e^x$ $f'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0$ $f''(x) = -(1+x) \cdot e^x$ $f''(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -1$ Vorzeichenbetrachtungen von $f'(x)$ und $f''(x)$ liefern: G_f ist für $x < 0$ streng monoton steigend, für $x > 0$ streng monoton fallend, für $x < -1$ linksgekrümmt und für $x > -1$ rechtsgekrümmt.		6	
c	$f(-1) = \frac{2}{e}$, $f'(-1) = \frac{1}{e}$ $\frac{1}{e} \cdot (-1) + t = \frac{2}{e} \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{3}{e}$ Damit: $y = \frac{1}{e} \cdot x + \frac{3}{e}$	4		
d	Dem Graphen lässt sich entnehmen, dass alle Tangenten an G_f in den Punkten $(a\|f(a))$ die y-Achse oberhalb der x-Achse schneiden. Die y-Koordinaten der Schnittpunkte werden für $a \to -\infty$ beliebig klein und für $a \to +\infty$ beliebig groß. Die y-Koordinaten nehmen damit alle positiven reellen Zahlen an.		3	
e	*Aufgabenstellung: Unter den betrachteten Rechtecken gibt es eines mit größtem Flächeninhalt. Berechnen Sie dessen Flächeninhalt.*  Bedeutungen der Aussagen: I R(u) gibt die Flächeninhalte der Rechtecke in Abhängigkeit von u an. II Der Flächeninhalt des Rechtecks mit u = −1 ist maximal. III Der maximale Flächeninhalt beträgt etwa 1,5. *Bemerkung: Optimierung ohne Anwendungsbezug (gemäß BPE 15.1)*			5

f	$F'(x) = (-1+a-x)\cdot e^x$ $F'(x) = f(x) \quad \Leftrightarrow \quad a = 2$		3	
1.2				
a	Mittlere Steigung: $\frac{f(0)-f(-4)}{4} \approx 23\%$ Größte Steigung: $f'(-1) \approx 37\%$	5		
b	Mit $f'(1) = -e$ ergibt sich: $\tan\alpha = -e$, d. h. $\alpha \approx -70°$ Der größte Neigungswinkel der Profillinie gegen die Horizontale hat eine Größe von etwa 70°.		3	
c	Der Term beschreibt die Abnahme des Volumens des Damms auf der Seeseite in Kubikmetern, wenn der Damm dort an jeder Stelle 5 % seiner Höhe verloren hat.			3
	Summe	**12**	**15**	**8**
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**34**	**43**	**23**

Standardbezug

1	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
1.1						
a					I	
b	I				II	
c		I			I	
d	II	II		II		
e	II	II				III
f		I			II	
1.2						
a			I		I	I
b			I		II	I
c	III		III	III		

2	**Stochastik**	Anforderungs- bereich in BE		
		I	II	III
a	X: Anzahl der mit der Arbeit des Bürgermeisters zufriedenen Bürger (von 10) $P(A) = P(X = 5) + P(X = 6) = 0{,}2006\ldots + 0{,}2508\ldots = 0{,}4514\ldots$ $P(B) = P(X \leq 6) = 0{,}6177\ldots$	4		
b	Erwartungswert: $\mu = 10 \cdot 0{,}6 = 6$ $P(3 \leq X \leq 9) = P(X \leq 9) - P(X \leq 2) = 0{,}9939\ldots - 0{,}0122\ldots = 0{,}9816\ldots$		3	
c	Der Term $6! \cdot 3! \cdot 1!$ gibt an wie viele unterschiedliche Verteilungen auf die Sitzplätze der 10 Bürger unter den gegebenen Randbedingungen möglich sind. *Bemerkung: Die Teilaufgabe illustriert ein Beispiel, in welcher Form die Grundlagen der Kombinatorik auftreten können.*	2		
d	Wie viele Bürger n muss man mindestens befragen, damit unter den Befragten mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % mindestens einer dabei ist, der sich nicht festlegen möchte? *Bemerkung: Diese Teilaufgabe findet man nur im gAN. Dreimal-mindestens-Aufgaben sind im AB III verortet – diese Variante ist wegen der Vorgaben, die für die SuS Hilfestellungen sind, nur im AB II angesiedelt.*		3	
Z: Zufrieden; U: Unzufrieden; N: Neutral; M: Männlich				
e	$P_Z(M) = \frac{P(Z \cap M)}{P(Z)} = \frac{0{,}24}{0{,}6} = 0{,}4$ $P(U \cap \overline{M}) = P(U) \cdot P_U(\overline{M}) = 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}09$		4	
f	$P(U \cap M) = P(U) \cdot P_U(M) = 0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}21 \quad \Rightarrow \quad P(N \cap M) = 0{,}48 - 0{,}45 = 0{,}03$ $P_N(M) = \frac{P(N \cap M)}{P(N)} = \frac{0{,}03}{0{,}1} = 0{,}3 P_N(M) = \frac{P(N \cap M)}{P(N)} = \frac{0{,}03}{0{,}1} = 0{,}3$, d. h. (1) gilt. $P(Z \cap \overline{M}) = P(Z) \cdot P_Z(\overline{M}) = 0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}36 \quad \Rightarrow \quad P(N \cap \overline{M}) = 0{,}52 - 0{,}45 = 0{,}07$ $P_{\overline{M}}(N) = \frac{P(N \cap \overline{M})}{P(\overline{M})} = \frac{0{,}07}{0{,}52} = 0{,}1346\ldots$, d. h. (2) gilt. *Bemerkung: Alternative Lösungsdarstellungen basieren auf Bäumen oder einer modifizierten Vierfeldertafel.*			4
	Summe	**6**	**10**	**4**
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**30**	**50**	**20**

Standardbezug

2	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
a		I	I		I	
b	I		I		II	
c	I		I		I	
d	II	I	II			II
e	II	II			I	I
f	III		II		II	III

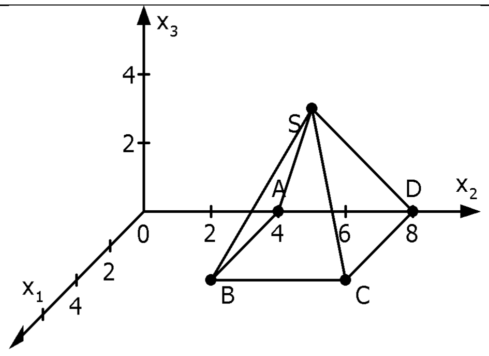
Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.2	**Mathematik (gAN) – Teil B (mit Hilfsmitteln)**	
Erwartungshorizont	**Pflichtteil**	**Aufgabe 2 – Lehrerauswahl II**

2	**Stochastik** *Aus dem IQB-Aufgabenpool, 2020, Stochastik, gAN*	Anforderungsbereich in BE I	II	III
2.1				
a	Für jeden Brief wird nur untersucht, ob er am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt wird oder nicht. Da die zu untersuchenden 2000 Briefe aus der sehr großen Anzahl aller beförderten Briefe zufällig ausgewählt wurden, kann davon ausgegangen werden, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Zustellung am ersten Werktag nach der Einlieferung für alle ausgewählten Briefe gleich groß ist.		2	
b	X: Anzahl der Briefe, die am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden $P(A) = P(X \geq 1900) \approx 52{,}7\%$ $P(B) = 1 - P(X \geq 1900) \approx 47{,}3\%$	3		
c	Der Term I gibt die Wahrscheinlichkeit für das angegebene Ereignis nicht an. Begründung: Der erste Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass höchstens 100 der Briefe nicht am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden. Der Term II gibt die Wahrscheinlichkeit für das angegebene Ereignis an. Begründung: Der zweite Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass höchstens 1900 der Briefe am ersten Werktag und damit mindestens 100 der Briefe nicht am ersten Werktag nach ihrer Einlieferung zugestellt werden.		4	
d	$2 \cdot \sqrt{2000 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}05} = \sqrt{8000 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}05}$ $2 \cdot \sqrt{2000 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}05} = \sqrt{8000 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}05}$, d. h. es müssten 8000 Briefe ausgewählt werden.		3	
2.2				
a	$0{,}6 \cdot 0{,}05 + 0{,}4 \cdot 0{,}25 = 0{,}13$	2		
b	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Brief am ersten Werktag nach seiner Einlieferung zugestellt wird, beträgt bei Beförderung durch das Postunternehmen Q 95 %, bei Beförderung durch das andere Postunternehmen dagegen 75 %. Die Ereignisse sind also stochastisch abhängig.	2		

c	Die betrachtete Wahrscheinlichkeit ist maximal 1. Dieser Wert wird für a = 0 angenommen, da der ausgewählte Brief dann mit Sicherheit vom Postunternehmen Q befördert wurde. Auch für a = 1 ist dies möglich, die betrachtete Wahrscheinlichkeit also größer als 0. Diese Bedingungen erfüllt nur der Graph D.			4
	Summe	**7**	**9**	**4**
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**35**	**45**	**20**

Standardbezug

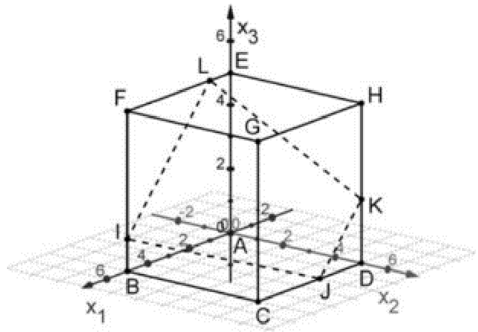
2	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
2.1						
a	I		II			II
b			I		I	I
c	II		II	II	II	
d		II			II	
2.2						
a			I	I	I	
b	I		I	I		I
c	III	III	II	II		II

3	**Lineare Algebra: Vektorgeometrie**	Anforderungsbereich in BE		
		I	II	III
a	Die Diagonalen der Grundfläche schneiden sich in M(2|6|0). Mit der Höhe 4 m ergibt sich die Spitze S(2|6|4).		2	
b		3		
c	Volumen der Pyramide: $V = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 4\, m^3 = \frac{64}{3}\, m^3 = 21,\overline{3}\, m^3$ Da ein Sack des Kunststoffs 1000 Liter enthält, benötigt man mindestens 22 Gebinde, um das Innere der Pyramide mit dem Inhalt vollständig zu füllen. Die Kosten hierfür betragen somit 5.568,20 Euro.	3		
d	Der Schattenpunkt von S ist der Spurpunkt S_{12} der Geraden g mit $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \\ -8 \end{pmatrix}$; $r \in \mathbb{R}$ und der x_1x_2 - Ebene. Aus $x_3 = 0$ folgt r = 0,5 und daher $S_{12}(3\|1\|0)$. Da die x_2 -Koordinate von S_{12} größer als 0 ist, trifft der Schatten der Pyramide die x_1x_3 -Ebene nicht und damit auch nicht auf die fensterlose Wand.		4	
e	Man berechnet $\overrightarrow{CS} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CK} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Verwendet man den zu C gehörigen Vektor als Ortsvektor der Darstellung von E, so ergibt sich die Behauptung.		3	
f	$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$, Objektbewegung: $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$; $t \geq 0$. Spurgerade s_{12} der Ebene E: $s_{12}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $s_{12}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$			5

	Schnitt von s_{12} und h ergibt das LGS: $\begin{pmatrix}4\\8\\0\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\4\\0\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}0\\4\\0\end{pmatrix}$ Das LGS hat die eindeutige Lösung $r=-1$; $t=\frac{3}{4}$ $r=-1;\ t=\frac{3}{4}$. Damit ist Q(5|7|0)Q(5|7|0).			
	Summe	**6**	**9**	**5**
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**30**	**45**	**25**

Standardbezug

3	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
a	II		I			II
b			I	I		
c			I		I	I
d	II		II		II	
e	II			I		I
f		III	III		II	

3	**Lineare Algebra: Vektorgeometrie** *Aus dem IQB-Aufgabenpool, 2019, AG/LA (A2), gAN*	Anforderungs-bereich in BE I	II	III
a		2		
b	$\overrightarrow{IL} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} = 2 \cdot \overrightarrow{JK}$, d. h. $\overline{IL}$ ist doppelt so lang wie $\overline{JK}$ und die beiden Seiten sind parallel zueinander. Zudem gilt $\left\vert\overrightarrow{IJ}\right\vert = \sqrt{3^2+5^2+1^2} = \left\vert\overrightarrow{KL}\right\vert$ $\left\vert\overrightarrow{IJ}\right\vert=\sqrt{3^2+5^2+1^2}=\left\vert\overrightarrow{KL}\right\vert$.	4		
c	Der Innenwinkel mit dem Scheitel L wird mit φ bezeichnet. $\cos\phi = \frac{\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}}{\left\vert\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}\right\vert \circ \left\vert\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}\right\vert} = \frac{8}{\sqrt{1120}} \cos\varphi = \frac{\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}}{\left\vert\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}\right\vert \cdot \left\vert\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}\right\vert} = \frac{8}{\sqrt{1120}}$ liefert $\varphi \approx 76°$.		2	
d	Aufgrund der Symmetrie des Trapezes ist die Länge seiner Höhe der Abstand der Mittelpunkte der Seiten $\overline{IL}$ bzw. $\overline{JK}$, d. h. der Abstand von (3|0|3) und (1|5|1). Damit gilt für den Flächeninhalt: $\frac{1}{2} \cdot (\vert\overline{IL}\vert + \vert\overline{JK}\vert) \cdot \sqrt{2^2+5^2+2^2} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{33} = 3\sqrt{66}$		4	
e	Einsetzen von L in T ergibt: $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$ Zeile 3 liefert r = 3. Aus Zeile 1 und 2 ergibt sich der eindeutige Wert s = –4. L liegt in T.		3	

	Bemerkung: Die ursprüngliche IQB-Aufgabe enthielt S in Koordinatenform. Es besteht hier (Stand: September 2022) eine generelle Unvereinbarkeit zwischen dem BP und vielen IQB-Aufgaben.			
f	Gerade durch G und H: $\vec{x} = \overrightarrow{AG} + w \cdot \overrightarrow{GH} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} + w \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $w \in \mathbb{R}$ $\begin{pmatrix} 4-r \\ 0 \\ r^2+1 \end{pmatrix} + w \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} + w \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4-r \\ 0 \\ r^2+1 \end{pmatrix} + w \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} + w \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ liefert das folgende Gleichungssystem: I $\quad 4 - r + 4u = 5 - 5w$ II $\quad -5u = 5$ III $\quad r^2 + 1 = 5$ II und III liefern $u = -1$ bzw. $r = -2 \lor r = 2$. Aus I ergibt sich damit $w = \frac{3}{5}$ bzw. $w = \frac{7}{5}$. Nur für $w = \frac{3}{5}$ liegt der Schnittpunkt auf $\overline{GH}$. Damit wird $\overline{GH}$ im Verhältnis 3:2 geteilt. *Bemerkung: Die Werte für r sind ohne Umformung des Gleichungssystems direkt ermittelbar.*			5
	Summe	**6**	**9**	**5**
	Anzahl der Bewertungseinheiten in Prozent	**30**	**45**	**25**

Standardbezug

3	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
a				I		
b	I	I			I	
c					II	
d		II			I	II
e		II		I	II	
f	II	III			II	

Anhang: Vier weitere Problemlöseaufgaben

Hinweise zum Thema Problemlösen und zum Umgang mit dem Bewertungsraster finden sich im Kapitel 2.3 „Hinweise zur Problemlöseaufgabe“.

Für das Musterabitur wurden hier vier weitere (insgesamt sechs) Aufgaben von jeweils unterschiedlichem Problemlösetyp, unterschiedlichem mathematischen Gebiet und unterschiedlichen Niveaustufen ausgewählt, um diesen neuen Aufgabentyp umfassender zu illustrieren.

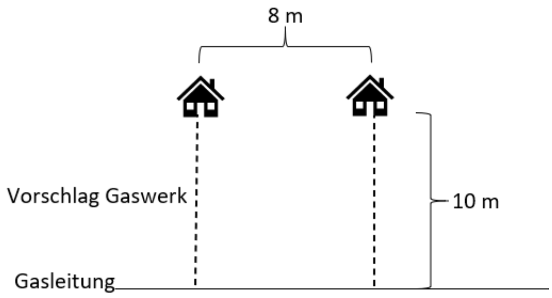
Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.1	Mathematik (eAN)	
Teil A (PLA)	Wahlteil	Aufgabe 6 – Gasleitung
(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)		
Diese Aufgabe 6 kann in Teil B (mit Hilfsmittel) übernommen und dort bearbeitet werden.		

6 Gasleitung **BE**

Bearbeiten Sie die folgende Aufgabe unter Berücksichtigung der einzelnen Problemlöseschritte, dokumentieren und reflektieren Sie Ihre Vorgehensweise. 10

Zwei Häuser sollen an das Gasnetz angeschlossen werden.

Untersuchen Sie, inwieweit die Eigentümer einsparen können, wenn sie eine gemeinsame Lösung für den Verlauf der Leitungen finden und nicht den gestrichelten Vorschlag des Gaswerks akzeptieren.



10

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil A (PLA)	**Wahlteil**	**Aufgabe 6 – Pooltestung**
(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)		
Diese Aufgabe 6 kann in Teil B (mit Hilfsmittel) übernommen und dort bearbeitet werden.		

6 Pooltestung **BE**

Bearbeiten Sie die folgende Aufgabe unter Berücksichtigung der einzelnen Problemlöseschritte, dokumentieren und reflektieren Sie Ihre Vorgehensweise. 10

Es ist bekannt, dass in einer Gruppe von 20 Tieren genau zwei Tiere mit einem Virus infiziert sind. Ein infiziertes Tier wird durch einen idealisierten Test mit 100%iger Sicherheit erkannt. Ebenso wird ein nicht-infiziertes Tier mit 100%iger Sicherheit als gesund erkannt.

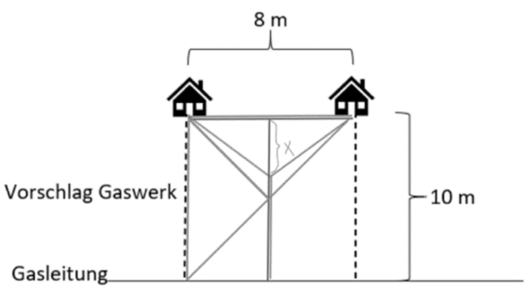
Der Test ist so empfindlich, dass er den Erreger (und dessen Nicht-Vorhandensein) auch in gemischten Blutproben von mehreren Tieren mit absoluter Sicherheit nachweist.

Da der Test sehr teuer ist, soll ein Vorgehen zum Einsparen von Kosten gesucht werden.

Entwickeln Sie zwei Vorschläge, wie bei der Testung der 20 Tiere vorgegangen werden sollte.

10

6 Gasleitung

Kriterien	Indikatoren	Erwartungshorizont	Nicht vorhan-den	Teil-weise vorh.	Über-wiegend vorh.	Voll-ständig vorh.
Analyse	• Problem verbalisieren • Ordnen der Informatio-nen z. B. mithilfe von Skizzen, Modellen, Ta-bellen • …					
Durchführung	• „Einlassen“ auf das Problem, d. h. ausdau-ernde Überwindung der Hindernisse • Untersuchung von Bei-spielen / Spezialfällen • Vermutungen äußern • (allgemeine) Strukturen finden • Lösungsstrategie entwi-ckeln und umsetzen • Vermutungen tes-ten/überprüfen • evtl. Vermutungen er-gänzen / anpassen • evtl. Lösungsstrategien korrigieren • sachliche Korrektheit	**z. B.: Untersuchung verschiedener konkreter Spezialfälle** samt Berechnung der Länge der jeweiligen Gasleitung **Vorschlag 1:** Gaswerk: 20 m Gasleitung **Vorschlag 2:** 18 m Gasleitung **Vorschlag 3:** 18 m Gasleitung (wie 1, mit Vorteil, dass Gas von Haus 2 nicht durch Haus 1 fließt) **Vorschlag 4:** $\sqrt{164}+\sqrt{41}\approx 19{,}2\ m$ Gasleitung **Oder:** systematisches Probieren verschiedener konkreter Werte für x (siehe blauer Spezialfall oben), tabellarische Darstellung **z. B.: Vorschlag 5 konkretes Beispiel:** falls z. B. genau auf halber Strecke, die Gasleitung verzweigt wird... $5+2\sqrt{41}\approx 17{,}8$ m **Oder: Aufstellen eines Funktionsterms** für die Länge der Gasleitung in Abhängig-keit von x und • Beschreiben des Vorgangs zum Bestimmen des abs. Min. • oder **algebraische Bestimmung** des abs. Min. Länge der Gasleitung $l(x)=(10-x)+2\sqrt{x^2+16}$				

	• Verbindung zu passendem Vorwissen / passenden mathematischen Kompetenzen • …	Bestimmung des absoluten Minimums mithilfe - einer Wertetabelle im Definitionsbereich - Kalkül: $l'(x_{min}) = 0$, $l''(x_{min}) < 0$ sowie Randwertkontrolle liefert $x_{min} = \sqrt{\frac{16}{3}} \approx 2{,}3$ und $l_{min} \approx 16{,}9$. **Oder: maßstabsgerechte Zeichnung** und Finden einer guten Näherung mithilfe des **systematischen Probierens** (Abmessens). **Oder:** …				
Rückblick	• Lösung angeben und auf Plausibilität überprüfen / reflektieren • bei Abbruch: mögliche Gründe reflektieren • alternative Lösungswege suchen / formulieren • …	Ist gefundene kürzeste Gasleitung die kürzest mögliche Gasleitung? Ist die Fragestellung überhaupt von realer Bedeutung? Ist die gefundene Lösung auch in der Realität praktikabel? Gegebenenfalls Reflexion weiterer Faktoren (rechtliche Vorgaben, Verlauf durch Nachbars Hause, Grenzverläufe, gestalterische Aspekte, ... Keine Lösung gefunden, da … - Zielfunktion nicht aufgestellt werden konnte - Zielfunktion nicht abgeleitet werden konnte... Bei Näherung: Hinweis auf Lösungsmöglichkeit über Optimierung Bei Lösung über Optimierung: Hinweis auf Möglichkeit über das systematische Probieren und Herantasten **Oder:** …				
Darstellung	• übersichtlich & strukturiert • verständlich & nachvollziehbar • …					
						10

Standardbezug

	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
6		III	III		II	

Anforderungsbereich		
I	II	III
2	2	6

6 Pooltestung

Kriterien	Indikatoren	Erwartungshorizont	Nicht vorhanden	Teilweise vorh.	Überwiegend vorh.	Vollständig vorh.
Analyse	• Problem verbalisieren • Ordnen der Informationen z. B. mithilfe von Skizzen, Modellen, Tabellen • …	• 2 kranke Tiere; 18 gesunde Tiere; Grundsituation: 20 simultane Einzeltestungen • Zielsetzung: Entwicklung von zwei Teststrategien, die weniger als 20 Tests erfordern.				
Durchführung	• „Einlassen“ auf das Problem, d. h. ausdauernde Überwindung der Hindernisse • Untersuchung von Beispielen / Spezialfällen • Vermutungen äußern • (allgemeine) Strukturen finden • Lösungsstrategie entwickeln und umsetzen • Vermutungen testen/überprüfen • evtl. Vermutungen ergänzen / anpassen • evtl. Lösungsstrategien korrigieren • sachliche Korrektheit • Verbindung zu passendem Vorwissen / passenden mathematischen Kompetenzen • …	**Bemerkung:** Es wird explizit nicht die optimale Strategie verlangt, sondern nur zwei, die besser sind als die Grundstrategie von 20 Testungen. • Gegenüberstellung von (mindestens) zwei verschiedenen Teststrategien, z. B. - sukzessive Einzeltestungen (max. 19) - sukzessive oder simultane Gruppentestungen mit anschließenden Einzeltestungen in „positiven“ Pools, z. B. vier 5er-Gruppen oder zwei 10er-Gruppen - sukzessive oder simultane Gruppentestungen mit anschließenden weiteren Testungen „positiver“ Pools, z. B. zunächst 10er-Gruppen, anschließend 5er-, anschließend 2er-/3er-Gruppen) • Dabei werden Angaben zu Mindest- bzw. Höchstanzahl an erforderlichen Testungen erwartet.				

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.1	**Mathematik (eAN) – Teil A (PLA)**	
Erwartungshorizont	**Wahlteil**	**Aufgabe 6 – Pooltestung**

Kriterien	Indikatoren	Erwartungshorizont	Nicht vorhanden	Teilweise vorh.	Überwiegend vorh.	Vollständig vorh.
Rückblick	• Lösung angeben und auf Plausibilität überprüfen / reflektieren • bei Abbruch: mögliche Gründe reflektieren • alternative Lösungswege suchen / formulieren • …	• Auf weitere Strategien / Möglichkeiten wird verwiesen. • Entscheidung für einen „optimalen“ Vorschlag (der hier nicht gefragt war!) könnte über die Untersuchung der durchschnittlich zu erwartenden Anzahl an Testungen abgeleitet werden. • Evtl. Betrachtung des Faktors „Zeit“: Wie lange dauert z. B. eine sukzessive Testung (mit Auswertung!). Müssen die infizierten Tiere möglichst schnell von den anderen isoliert werden.				
Darstellung	• übersichtlich & strukturiert • verständlich & nachvollziehbar • …					
						10

Standardbezug

	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**
6	II	III	III		II	II

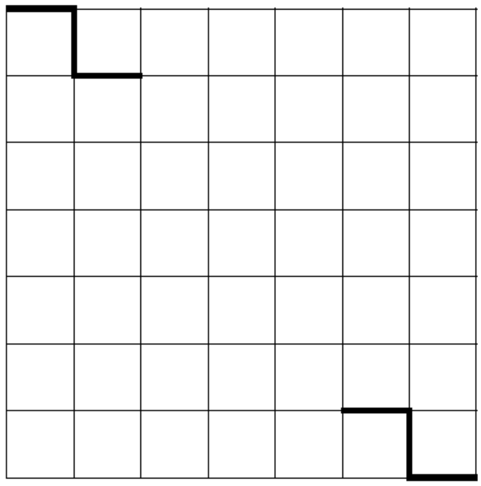
Anforderungsbereich		
I	**II**	**III**
2	2	6

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.2	**Mathematik (gAN)**	
Teil A (PLA)	**Wahlteil**	**Aufgabe 6 – Gitter**
(eine Aufgabe 4 und eine Aufgabe 5 - alternativ Aufgabe 6 wählen)		
Diese Aufgabe 6 kann in Teil B (mit Hilfsmittel) übernommen und dort bearbeitet werden.		

6 Gitter **BE**

Bearbeiten Sie die folgende Aufgabe unter Berücksichtigung der einzelnen Problemlöseschritte, dokumentieren und reflektieren Sie Ihre Vorgehensweise. 10

Wie viele Möglichkeiten gibt es, bei einem beliebigen mxm-Gitter (m ist eine natürliche Zahl) entlang der Gitterlinien auf kürzestem Wege von einer Ecke zur diagonal gegenüberliegenden Ecke zu gelangen?



Bsp.: Anfang und Ende eines möglichen Weges bei einem 7x7-Gitter

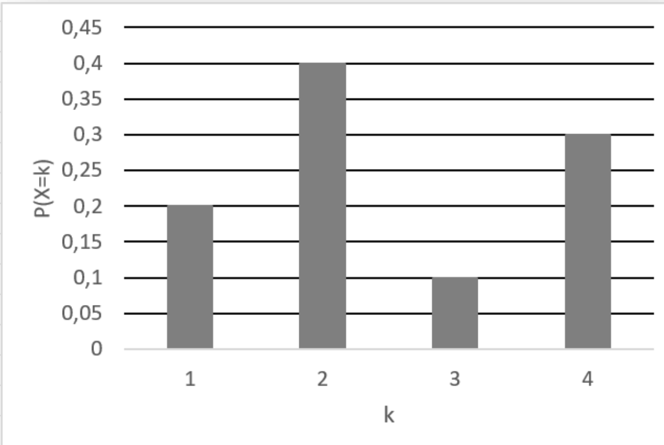
10

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.2	**Mathematik (gAN)**	
Teil A (PLA)	**Wahlteil**	**Aufgabe 6 – Verteilung**
(eine Aufgabe 4 und eine Aufgabe 5 - alternativ Aufgabe 6 wählen)		
Diese Aufgabe 6 kann in Teil B (mit Hilfsmittel) übernommen und dort bearbeitet werden.		

6 Verteilung **BE**

Bearbeiten Sie die folgende Aufgabe unter Berücksichtigung der einzelnen Problemlöseschritte, dokumentieren und reflektieren Sie Ihre Vorgehensweise. 10

Sie sehen in der Grafik die Verteilung einer Zufallsvariablen X mit den Werten
k = 1, …, 4.

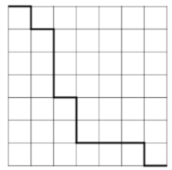
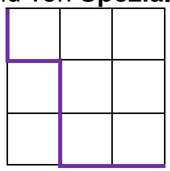
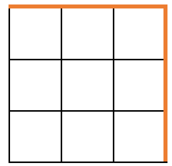


Untersuchen Sie die Frage, ob es weitere Verteilungen dieser Zufallsvariablen gibt, die den gleichen Erwartungswert und die gleiche Standardabweichung haben wie die vorgegebene.

10

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.2	**Mathematik (gAN) – Teil A (PLA)**	
Erwartungshorizont	**Wahlteil**	**Aufgabe 6 – Gitter**

6 Gitter

Kriterien	Indikatoren	Erwartungshorizont	Nicht vorhan-den	Teil-weise vorh.	Über-wiegend vorh.	Voll-ständig vorh.
Analyse	• Problem verbalisieren • Ordnen der Informationen z. B. mithilfe von Skizzen, Modellen, Tabellen • …	Problem in eigene Worte fassen oder anhand Skizze darstellen Wie kann ein solcher „kürzester“ Weg von Ecke zu Ecke aussehen? 				
Durchführung	• „Einlassen“ auf das Problem, d. h. ausdauernde Überwindung der Hindernisse • Untersuchung von Beispielen / Spezialfällen • Vermutungen äußern • (allgemeine) Strukturen finden • Lösungsstrategie entwickeln und umsetzen • Vermutungen testen/überprüfen • evtl. Vermutungen ergänzen / anpassen • evtl. Lösungsstrategien korrigieren • sachliche Korrektheit • Verbindung zu passendem Vorwissen / passenden mathematischen Kompetenzen • …	**Systematisches Probieren** anhand von **Spezialfällen**: 3x3, 4x4... **Zählen** der Möglichkeiten „man darf nur nach rechts bzw. nach unten ziehen“.   **z. B.: Vermutung / Erkenntnis** Kombinatorisches Problem: Modell „Ziehen ohne Zurücklegen und ohne Beachten der Reihenfolge“ am Bsp 3x3: „Wie viele Möglichkeiten gibt es 3 Züge nach rechts (und 3 Züge nach unten) auf 6 Züge insgesamt zu verteilen?“ Schließen auf den Binomialkoeffizienten $\binom{6}{3} = 20$ **Oder:** anhand ausführlicher Überlegungen über Produktregel z. B. bei 4x4: Anzahl der Zieh-Möglichkeiten für 1.– 4. Rechtszug $(8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5)$ sowie 1.- 4. Zug nach unten $(4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)$ sowie Anzahl der nicht unterscheidbaren Anordnungen. (4! Rechtszüge sowie 4! Züge nach unten) Formel ableiten (auch ohne Verknüpfung mit Binomialkoeffizient möglich). **Oder:** Versuch über Anzahl der Zieh-Möglichkeiten beim 1., 2., 3., ... Zug abhängig davon, wohin zuletzt gezogen wurde. **Oder:** …				

Kriterien	Indikatoren	Erwartungshorizont	Nicht vorhanden	Teilweise vorh.	Überwiegend vorh.	Vollständig vorh.
Rückblick	• Lösung angeben und auf Plausibilität überprüfen / reflektieren • bei Abbruch: mögliche Gründe reflektieren • alternative Lösungswege suchen / formulieren • …	**Gefundene Formel / Binomialkoeffizient** anhand weiterer abzählbarer Beispiele **überprüfen** und als korrekt **bestätigen / oder verwerfen.** **Verallgemeinerung** für mxm-Gitter: „es gibt $\binom{2m}{m}$ Möglichkeiten" Der Ansatz über die Anzahl der Zieh-Möglichkeiten abhängig davon, wohin man zuletzt gezogen ist, lässt sich nicht verallgemeinern, führt daher nicht zu einer allgemeinen Formel *Trotzdem sollte es hier bei **begründetem Verwerfen der Strategie** Teilpunkte für das **Durchführen sowie gegebenenfalls** für die stattgefundene **Reflexion** (siehe Kriterium Rückblick) geben.* Gegebenenfalls Strategie / falsches Urnenmodell verwerfen, korrigieren				
Darstellung	• übersichtlich & strukturiert • verständlich & nachvollziehbar • …					
						10

Standardbezug

	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
6		III		II	II	III

Anforderungsbereich		
I	II	III
1	3	6

6 Verteilung

Kriterien	Indikatoren	Erwartungshorizont	Nicht vorhanden	Teilweise vorh.	Überwiegend vorh.	Vollständig vorh.
Analyse	• Problem verbalisieren • Ordnen der Informationen z. B. mithilfe von Skizzen, Modellen, Tabellen …	• Erkennen der Zielsetzung, dass geprüft werden muss, ob bei Änderung der gegebenen Wahrscheinlichkeiten Erwartungswert und Standardabweichung der Zufallsvariable gleichbleiben können; • Erwartungswert und Standardabweichung sind zunächst konkret zu berechnen und anschließend systematisch zu verändern …				
Durchführung	• „Einlassen“ auf das Problem, d. h. ausdauernde Überwindung der Hindernisse • Untersuchung von Beispielen / Spezialfällen • Vermutungen äußern • (allgemeine) Strukturen finden • Lösungsstrategie entwickeln und umsetzen • Vermutungen testen/überprüfen • evtl. Vermutungen ergänzen / anpassen • evtl. Lösungsstrategien korrigieren • sachliche Korrektheit • Verbindung zu passendem Vorwissen / passenden mathematischen Kompetenzen • …	• $E = 0{,}2 \cdot 1 + 0{,}4 \cdot 2 + 0{,}1 \cdot 3 + 0{,}3 \cdot 4 = 2{,}5$ $\sigma^2 = (1 - 2{,}5)^2 \cdot 0{,}2 + (2 - 2{,}5)^2 \cdot 0{,}4 + \ldots = 1{,}25$ • ggf. Erkennen, dass die Varianz anstatt der Standardabweichung bestimmt werden kann (im Sinne einer vereinfachten Berechnung bei gleicher Aussagekraft); • z. B.: systematisches Variieren der Verteilung bei gleichbleibendem Erwartungswert; • z. B.: Symmetriebetrachtung bei diesem speziellen Fall; • z. B.: Annahme einer Gleichverteilung; • z. B.: eine algebraische Lösung durch Aufstellen eines unterbestimmten LGS ist nicht intendiert, aber durchaus möglich • Oder …				

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.2	Mathematik (gAN) – Teil A (PLA)	
Erwartungshorizont	Wahlteil	Aufgabe 6 – Verteilung

Kriterien	Indikatoren	Erwartungshorizont	Nicht vorhan-den	Teil-weise vorh.	Über-wiegend vorh.	Voll-ständig vorh.
Rückblick	• Lösung angeben und auf Plausibilität überprüfen / re-flektieren • bei Abbruch: mögliche Gründe reflektieren • alternative Lösungswege suchen / formulieren • …	• Die oben erhaltenen Lösungen sind überprüft (d. h. auf die Zielsetzung hin reflektiert (durch Berechnung der sich aus den Vermutungen ergebenden Kennzahlen)). • ggf. Feststellung, dass die Anforderungen von zwei gleichbleibenden Kenn-zahlen nicht zwingend erfüllt sind; • Bezugnahme der Fragestellung (Existenznachweis weiterer Verteilungen unter den gegebenen Annahmen); • Oder …				
Darstellung	• übersichtlich & strukturiert • verständlich & nachvoll-ziehbar • …					
						10

Standardbezug

	Allgemeine mathematische Kompetenzen					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
6	III	III		II	II	

Anforderungsbereich		
I	II	III
2	2	6

5 Mündliche Prüfungen

5.1 Allgemeines

1. Der vorliegende Satz an Aufgabenvorschlägen zur mündlichen Prüfung umfasst folgende exemplarische Aufgaben:

   a) Grundlegendes Anforderungsniveau

Analysis:	2 Aufgaben
Stochastik:	2 Aufgaben
Vektorgeometrie:	2 Aufgaben

   b) Erhöhtes Anforderungsniveau

Analysis:	3 Aufgaben
Stochastik:	2 Aufgaben
Vektorgeometrie:	2 Aufgaben
Matrizen:	jeweils 1 Aufgabe

   Sowohl für das gAN als auch das eAN liegen zudem auch themenübergreifende Vorschläge von konzeptionellen Fragestellungen für die Prüfung vor.
   Die Gesamtheit dieser Aufgaben soll die Bandbreite an Inhalten und Formaten für eine mündliche Prüfung verdeutlichen.

2. Die vorliegenden Aufgabenvorschläge sind Anregungen für die Gestaltung mündlicher Prüfungsaufgaben. Da die mündliche Prüfung mindestens zwei Sachgebiete umfasst, kann man diese Aufgabenvorschläge beliebig zu einer Gesamtprüfung kombinieren.

3. Die Kommission schlägt vor, im erhöhten Anforderungsniveau dem Prüfling Aufgaben aus drei Sachgebieten vorzulegen. Darunter sollte möglichst eine konzeptionelle Fragestellung sein. Das weiterführende Prüfungsgespräch muss jedoch nicht alle drei Sachgebiete abdecken. Entsprechendes gilt für das grundlegende Anforderungsniveau, wobei dort durch den Wegfall des Themas „Matrizen“ auch nur zwei Aufgaben vorgelegt werden können (möglich wären auch drei Aufgaben: Analysis / Stochastik / Vektorgeometrie). Grundsätzlich können sich die schriftlich vorgelegten Aufgaben auch auf ein Sachgebiet beschränken. Von den verbleibenden Sachgebieten muss dann mindestens ein weiteres im Prüfungsgespräch behandelt werden, wobei es ggf. durch einen geeigneten Impuls eingeführt wird.

4. Jeder Aufgabenvorschlag beinhaltet Fragestellungen in unterschiedlichen Anforderungsbereichen. Diese sind jedoch nicht explizit ausgewiesen, da sich das Anforderungsniveau meist erst im Laufe des Prüfungsgesprächs ergibt (vgl. Hinweise zur Prüfung). Grundsätzlich sollte sich das Anforderungsniveau nach einem einfachen Einstieg im Laufe der Prüfung von leicht nach schwer steigern, jedoch immer abhängig von der Qualität der Antworten des Prüflings.

5. Die einzelnen Fragestellungen innerhalb einer Aufgabe geben lediglich eine Orientierung für den Ablauf einer Prüfung vor, müssen (oder sollen) jedoch nicht strikt „abgearbeitet“ werden. Oftmals ist eine Abweichung aufgrund der Antworten des Prüflings sinnvoll. Im Gegensatz zur schriftlichen Prüfung können einzelne Aufgabenteile auch voneinander abhängen.

6. Die in den Aufgabenvorschlägen formulierten „möglichen weiteren Fragen“ sind optional und geben der Fachlehrkraft einen Hinweis, welche Fragen sich ggf. an die Antworten des Prüflings anschließen können. Die Lehrkraft kann (oder soll) sich im Vorfeld der Prüfung weitere solche Anschlussfragen zurechtlegen, um einen angemessenen Prüfungsverlauf zu gewährleisten.

7. Die vorgeschlagenen Formulierungen und Terminologien können (oder sollen) von der Fachlehrkraft auf die aus dem Unterricht vertrauten Sprech- und Schreibweisen umformuliert werden, die mathematische Exaktheit vorausgesetzt.

8. In Anlehnung an die schriftliche Prüfung sollte das Prüfungsgespräch (sofern dies möglich ist) die Anforderungsbereiche I, II und III in gewissen Anteilen abbilden, und zwar in Anlehnung an die Verteilung in der schriftlichen Prüfung.
9. Die in den Aufgabenvorschlägen abgedeckten mathematischen Kompetenzen sind nicht explizit ausgewiesen, sondern ergeben sich aus der jeweiligen Fragestellung und können sich auch im Laufe des Prüfungsgesprächs verändern.
   Zudem ist das Spektrum der von einer mündlichen Prüfungsaufgabe abgedeckten Kompetenzen aufgrund des Prüfungsformats stark eingeschränkt. Naturgemäß bilden „Kommunizieren" (K6) und „Argumentieren" (K1) den Schwerpunkt einer jeden mündlichen Prüfung. Aufgrund der begrenzten Vorbereitungs- und Prüfungszeit können „Problemlösen" (K2) und „Modellieren" (K3) nur ausschnittsweise abgebildet werden. Die Kompetenz „Rechnen" (K5) soll auf ein Minimum begrenzt werden, sodass neben den bereits genannten Kompetenzen lediglich die „Verwendung von Darstellungen" (K4) bleibt. Und auch diese hängt stark von den Antworten des Prüflings und dem Verlauf des Prüfungsgesprächs ab.
10. Erwartungshorizonte sind keine formuliert, da die Aufgaben oftmals nur erste Impulse für ein Prüfungsgespräch geben und sich dieses in Abhängigkeit der Antworten des Prüflings in unterschiedliche Richtungen entwickeln kann. Auch ist der Erwartungshorizont abhängig vom jeweiligen Unterricht der Fachlehrkraft. Diese formuliert ihren Erwartungshorizont für die einzelnen Aufgaben selbst, z. B. abhängig davon, welche mathematischen Methoden verwendet wurden bzw. in welcher Breite und Tiefe das jeweilige Thema im Unterricht behandelt wurde.
11. Die im Unterricht regelmäßig eingesetzten Hilfsmittel können in der Prüfung eingesetzt werden, sofern dies aus didaktischer und pädagogischer Sicht sinnvoll erscheint.
12. Diese hier vorgestellten Hinweise wurden vor dem Hintergrund der rechtlichen Rahmenbedingungen (Bildungsstandards und BGVO) formuliert.

5.2 Rechtliche Vorgaben und Hinweise

1. Auszüge aus den Bildungsstandards (BS)

Mündliche Prüfungsaufgabe (Kapitel 3.1.3 BS)

Bei der mündlichen Prüfung sollen die Prüflinge im ersten Teil, der mindestens ein Drittel der gesamten Prüfungszeit umfasst, Gelegenheit erhalten, selbstständig eine Aufgabe zu lösen und nach entsprechender Vorbereitungszeit in einem zusammenhängenden Vortrag zu präsentieren.

In einem zweiten Teil sollen größere fachliche und ggf. fachübergreifende Zusammenhänge in einem Prüfungsgespräch erörtert werden. Die mündliche Prüfung wird in der Regel als Einzelprüfung durchgeführt. Ein Erwartungshorizont ist schriftlich vorzulegen oder mündlich vorzutragen. Der Gang der mündlichen Prüfung wird protokolliert.

Mündliche Prüfungsaufgabe im Fach Mathematik (Kapitel 3.2.2 BS)

Die mündliche Prüfung bezieht sich auf mindestens zwei der in den Bildungsstandards genannten mathematischen Sachgebiete. Die Prüfungsaufgabe ist so zu gestalten, dass mehrere Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen berücksichtigt werden, sodass mathematisches Arbeiten in der gymnasialen Oberstufe hinreichend erfasst wird. Die Aufgabenstellung muss einen einfachen Einstieg erlauben und muss so angelegt sein, dass unter Beachtung der Anforderungsbereiche, die auf der Grundlage eines Erwartungshorizontes zugeordnet werden, grundsätzlich jede Note erreichbar ist.

Die Aufgabenstellung für die mündliche Prüfung unterscheidet sich von der für die schriftliche Prüfung. Umfangreiche Rechnungen und zeitaufwändige Konstruktionen sind zu vermeiden. Vielmehr sollen die Prüflinge mathematische Sachverhalte im freien Vortrag darstellen und im Gespräch zu mathematischen Fragen Stellung nehmen. Besonders geeignet sind Aufgabenstellungen, die sich auf die Erläuterung eines Lösungswegs beziehen, ohne dass die zugehörigen Rechnungen im Einzelnen auszuführen sind und solche, bei denen Ergebnisse, Skizzen, Lösungswege usw. vorgegeben werden, an denen wesentliche Gedankengänge zu erläutern sind.

Aufgaben, die sich in Teilaufgaben zunehmend öffnen, bieten dem Prüfling eine besondere Chance, den Umfang seiner Fähigkeiten und die Tiefe seines mathematischen Verständnisses darzustellen. Für den Prüfungsausschuss ermöglichen sie die differenzierte Beurteilung der Leistungsfähigkeit des Prüflings.

Bei der Bewertung sollen vor allem folgende Kriterien berücksichtigt werden:

- Umfang und Qualität der nachgewiesenen mathematischen Kompetenzen
- sachgerechte Gliederung und folgerichtiger Aufbau der Darstellung, Beherrschung der Fachsprache, Verständlichkeit der Darlegungen, adäquater Einsatz der Präsentationsmittel und die Fähigkeit, das Wesentliche herauszustellen
- Verständnis für mathematische Probleme sowie die Fähigkeit, Zusammenhänge zu erkennen und darzustellen, mathematische Sachverhalte zu beurteilen, auf Fragen und Einwände einzugehen und gegebene Hilfen aufzugreifen
- Kreativität, Reflexionsfähigkeit und Selbstständigkeit im Prüfungsverlauf

2. BGVO (27.08.2021)

§ 35 Durchführung der mündlichen Prüfung

(1) Jeder Prüfling wird in dem nach § 30 gewählten mündlichen Prüfungsfach mündlich geprüft. Ferner kann er in den Fächern seiner schriftlichen Prüfung auch mündlich geprüft werden; die Entscheidung trifft das vorsitzende Mitglied des Prüfungsausschusses. Darüber hinaus wird er in den weiteren Fächern seiner schriftlichen Prüfung mündlich geprüft, die er spätestens am auf die Bekanntgabe der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung folgenden Schultag schriftlich gegenüber der Schulleiterin oder dem Schulleiter benennt.

(1a) Wird eine mündliche Prüfung nach Absatz 1 Satz 1 mit 0 Punkten abgeschlossen, findet in dem jeweiligen Fach eine mündliche Zusatzprüfung statt. Die in der mündlichen Zusatzprüfung erreichte Punktzahl ist abweichend von § 26 Absatz 3 Satz 3 Nummer 1 zunächst durch zwei zu teilen und danach das ungerundete Ergebnis vierfach zu werten. Für die Durchführung der mündlichen Zusatzprüfung finden die Absätze 3 bis 8 entsprechende Anwendung.

(2) Spätestens am auf die Bekanntgabe der Ergebnisse der schriftlichen Prüfung folgenden Schultag entscheiden die Prüflinge, ob sie statt der Teilnahme an der Prüfung im gewählten mündlichen Prüfungsfach ihre besondere Lernleistung nach § 26 Absatz 4 anrechnen lassen.

(3) Für die mündliche Prüfung werden Prüfungsaufgaben im Rahmen der Bildungspläne für die Jahrgangsstufen der Qualifikationsphase ohne Beschränkung auf die Sachgebiete eines Schulhalbjahres vom leitenden Mitglied des Fachausschusses aufgrund von Vorschlägen des prüfenden Mitglieds des Fachausschusses gestellt; die Prüfungsaufgaben werden den Prüflingen schriftlich vorgelegt, wobei eine Zeit von in der Regel 20 Minuten zur Vorbereitung unter Aufsicht eingeräumt wird.

(4) Die mündliche Prüfung wird als Einzelprüfung durchgeführt und dauert in der Regel 20 Minuten je Prüfungsfach und Prüfling. Das leitende Mitglied des Fachausschusses bestimmt den Gang der Prüfung und kann selbst prüfen.

(5) In der mündlichen Prüfung soll der Prüfling die Prüfungsaufgaben und deren Lösung in zusammenhängender Rede darstellen und in einem anschließenden Prüfungsgespräch zu weiteren Themen des Bildungsplans geprüft werden. Im Prüfungsgespräch kann die Einordnung der Aufgabenstellung in größere fachliche Zusammenhänge verlangt werden. Eine mündliche Prüfung in einem schriftlichen Prüfungsfach darf darüber hinaus keine Wiederholung, sondern muss Ergänzung der schriftlichen Prüfung sein.

(6) …

(7) Im Anschluss an die mündliche Prüfung des einzelnen Prüflings setzt der Fachausschuss das Ergebnis der mündlichen Prüfung nach § 15 Absatz 1 auf Vorschlag der Prüferin oder des Prüfers fest. Kann sich der Fachausschuss auf keine bestimmte Punktzahl einigen oder mehrheitlich mit der Stimme der Leiterin oder des Leiters für keine Punktzahl entscheiden, wird das Ergebnis aus dem auf die erste Dezimale errechneten Durchschnitt der Bewertungen aller Mitglieder gebildet, der auf eine volle Punktzahl zu runden ist. Hierbei werden die Dezimale 1 bis 4 auf die nächst niedrigere Punktzahl abgerundet und die Dezimale 5 bis 9 auf die nächst höhere Punktzahl aufgerundet.

(8) Über die mündliche Prüfung des einzelnen Prüflings wird ein Protokoll gefertigt, das die Zusammensetzung des Fachausschusses, die Prüfungsaufgaben, die Dauer und den wesentlichen Verlauf der Prüfung sowie das Prüfungsergebnis festhält. Das Protokoll ist von allen Mitgliedern des Fachausschusses zu unterschreiben.

5.3 Hinweise zur Gestaltung der mündlichen Prüfung im Fach Mathematik

1. Maßgebend sind die Angaben im Prüfungserlass, insbesondere die Anlage „Hinweise zur Gestaltung und Bewertung der mündlichen Abiturprüfung an den Beruflichen Gymnasien gültig ab der Abiturprüfung 2024“ in der jeweils gültigen Fassung.

2. Die Prüfung bezieht sich auf mindestens zwei der im Bildungsplan genannten mathematischen Sachgebiete Analysis, Lineare Algebra und Stochastik. Sofern die schriftlich vorgelegten Aufgaben mehrere Sachgebiete umfassen, kann dem Prüfling zu Beginn der Prüfung die Möglichkeit eröffnet werden, das Themengebiet auszuwählen, mit dem er beginnen möchte. Die Option sollte ggf. dem Prüfling vor der Prüfung bereits mitgeteilt werden. Beschränken sich die vorgelegten Aufgaben auf ein Sachgebiet, wird mindestens ein weiteres Themengebiet im Prüfungsgespräch durch die prüfende Lehrkraft eingeführt, ggf. mit einem kurzen schriftlichen oder mündlichen Impuls.

3. *„… die Prüfungsaufgaben werden den Prüflingen schriftlich vorgelegt, wobei eine Zeit von in der Regel 20 Minuten zur Vorbereitung unter Aufsicht eingeräumt wird.“* (BGVO)
   Dem Prüfling stehen während der Vorbereitungszeit alle im Unterricht regelmäßig eingesetzten Hilfsmittel zur Verfügung, d. h. Taschenrechner, Merkhilfe, mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung und ggf. ein digitales Mathematikwerkzeug, sofern diese zur Bearbeitung der vorgelegten Prüfungsaufgaben erforderlich sind.

4. *„… sollen die Prüflinge im ersten Teil … Gelegenheit erhalten, selbstständig eine Aufgabe zu lösen und … in einem zusammenhängenden Vortrag zu präsentieren.“* (Bildungsstandards)
   Dieser Teil sollte dann abgebrochen werden, wenn sich zeigt, dass der Prüfling sich auf einem falschen Weg befindet und – trotz eventueller Zwischenfragen – nicht zu erwarten ist, dass der weitere Vortrag einen positiven Einfluss auf die Prüfung hat. Dies ist im Protokoll zu vermerken. Das anschließende Prüfungsgespräch ist dann entsprechend länger.

5. *„… Eine mündliche Prüfung in einem schriftlichen Prüfungsfach darf darüber hinaus keine Wiederholung, sondern muss Ergänzung der schriftlichen Prüfung sein.“* (BGVO)
   „Die Aufgabenstellung für die mündliche Prüfung unterscheidet sich von der für die schriftliche Prüfung. Umfangreiche Rechnungen und zeitaufwändige Konstruktionen sind zu vermeiden.“ (Bildungsstandards)
   Kleinere Rechnungen sollen lediglich dazu dienen exemplarisch ins Thema einzuführen, um daran allgemeinere Zusammenhänge zu erläutern oder ein prinzipielles Vorgehen zu beschreiben. Sind Ergebnisse einer komplexeren Rechnung für den Fortgang der Prüfung notwendig, so sollten diese vorgegeben werden.

6. *„Die Aufgabenstellung muss einen einfachen Einstieg erlauben und muss so angelegt sein, dass unter Beachtung der Anforderungsbereiche, die auf der Grundlage eines Erwartungshorizontes zugeordnet werden, grundsätzlich jede Note erreichbar ist.“* (Bildungsstandards)
   Der Anforderungsbereich der Fragestellungen sollte nach einem einfachen Einstieg während des Prüfungsgesprächs ggf. dem Niveau des Prüflings angepasst werden, um so die Grenzen des Leistungsspektrums des Prüflings auszuloten. Scheitert der Prüfling bereits am Anforderungsbereich II, so bietet es sich an, weitere Fragen zunächst eher im AFB I zu stellen. Ebenso sollten bei korrekten Antworten des Prüflings die Fragen anspruchsvoller werden.
   Die Note wird anschließend unter Berücksichtigung der Anteile der einzelnen Anforderungsniveaus gebildet. Bewertungsrelevant ist dabei jedoch immer der mathematische Inhalt und Tiefgang der Antworten.

7. Die vorgelegten Aufgaben und die während des Prüfungsgesprächs gestellten Fragen sollten prägnant und verständlich formuliert sein, um dem Prüfling genügend Zeit zur Beantwortung zu geben (Motto: „Keep it simple“).
8. Überleitende Floskeln, die eine Bewertung der Ausführungen des Prüflings suggerieren, sollten vermieden werden, z. B. „gut“, „sehr schön“, „wunderbar“, usw., auch wenn sie einen aufmunternden Charakter haben.
9. Zur Vorbereitung auf die mündliche Abiturprüfung in Mathematik gibt es zahlreiche Literatur für Prüflinge, jedoch nur wenig für Prüfer. Daher möchten wir auf zwei Literaturangaben für interessierte Kolleginnen und Kollegen hinweisen.

Heinz Althoff und Dieter Koller (1993): Mathematik. Mündliches Abitur. Stuttgart, 1. Auflage.

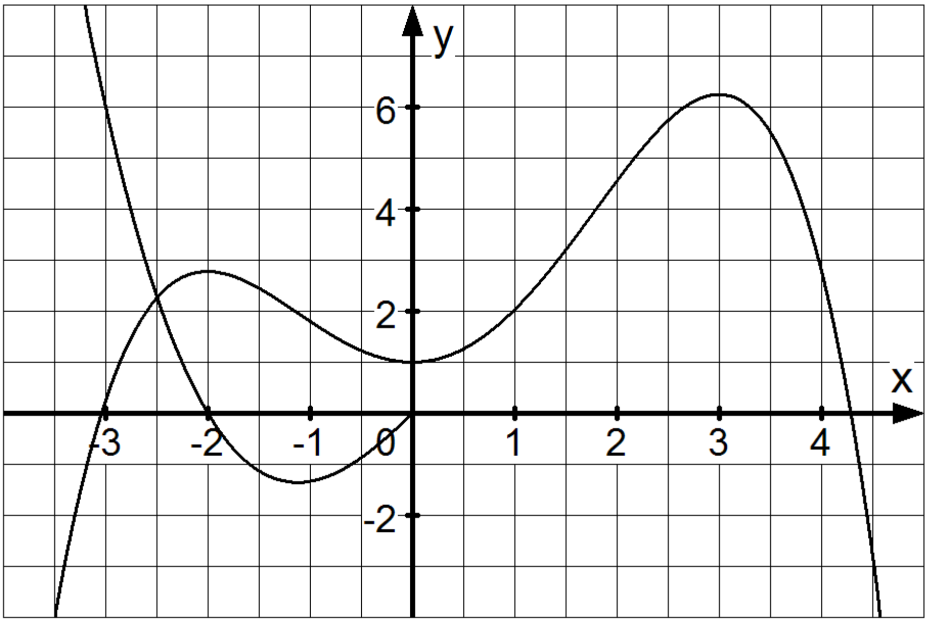
Lars Schmoll (2013): Mündliche Prüfungen. Gelingensbedingungen für gute Prüfungsgespräche. In: PÄDAGOGIK 2/13, S. 38 - 40.

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium
2.2.1	Mathematik (eAN)
	Mündliche Prüfung

Aufgabenstellung für den Lernenden:

Analysis 1

Gegeben sind die Graphen einer Funktion f und ihrer Ableitung f'.a



1 Zeichnen Sie jeweils die charakteristischen Punkte der Graphen ein und benennen Sie diese.

2 Entscheiden Sie, welcher Graph zu welcher Funktion gehört.
Begründen Sie Ihre Wahl.
Ergänzen Sie den unvollständigen Graphen auch in den Bereich x > 0.

3 Ermitteln Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph von f' und die x-Achse im 4. Quadranten einschließen.

Mögliche weitere Fragen:

zu 3 Was muss man beachten, wenn man den Inhalt der gesamten Fläche (auch im 1. Quadranten) bestimmen möchte.

4 Erläutern Sie, wie Sie den Funktionsterm von f' aus dem Graphen bestimmen können.

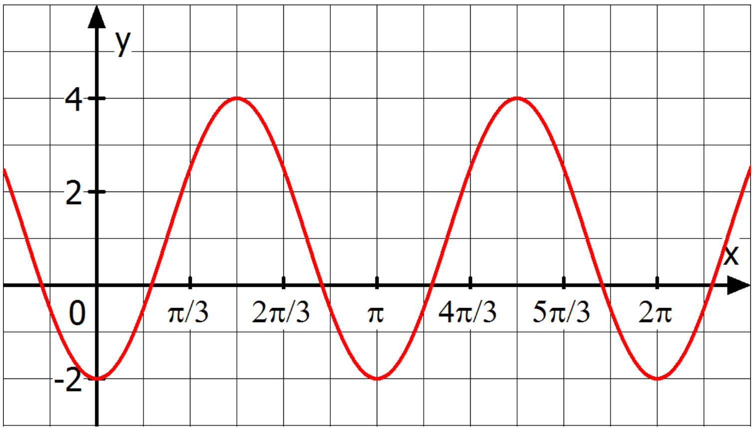
5 Skizzieren Sie den Verlauf der Integralfunktion:

$$I(x) = \int_0^x f(t)\,dt$$

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**
2.2.1	**Mathematik (eAN)**
	Mündliche Prüfung

Analysis 2

Gegeben ist der Graph K_f einer Funktion f.



1 Um welchen Typ von Funktion könnte es sich handeln?
Beschreiben Sie die charakteristischen Eigenschaften der Funktion bzw. des Graphen.

2 Bestimmen Sie einen möglichen Funktionsterm und erläutern Sie Ihr Vorgehen.

3 Die Gleichung $f(x) = 2$ besitzt die Lösung $x_0 \approx 0{,}955$.
Erläutern Sie Ihr Vorgehen zur Berechnung aller weiteren Lösungen im Intervall $[0; 2\pi]$.

Mögliche weitere Fragen:

zu 2 Geben Sie einen weiteren Funktionsterm an.

4 Der Funktionsterm lautet $f(x) = -3 \cdot \cos(2x) + 1$.
Berechnen Sie die Ableitung von f und erläutern Sie, welche Ableitungsregeln Sie hierfür benötigen.

5 Begründen Sie, dass der Graph der Integralfunktion I mit

$$I(x) = \int_0^x f(t)\,dt$$

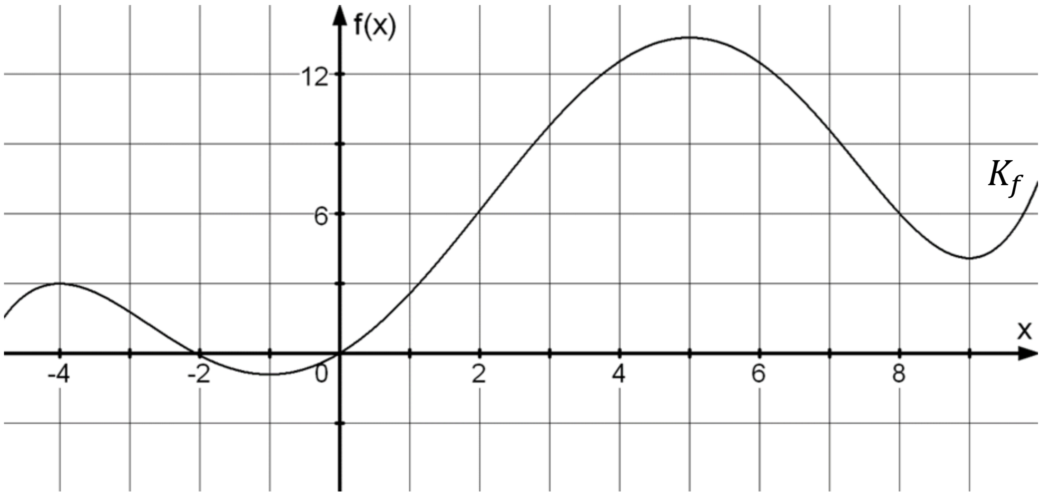
punktsymmetrisch zum Ursprung ist und die x-Achse genau dreimal schneidet.

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**
2.2.1	**Mathematik (eAN)**
	Mündliche Prüfung

Analysis 3

1 Beschreiben Sie, welchen globalen Verlauf der Graph einer Polynomfunktion haben kann und wie man dies am Funktionsterm ablesen kann.

Gegeben ist eine Polynomfunktion f vom Grad 5 und ihr Graph K_f.



2 Wie viele Nullstellen hat die Funktion f insgesamt (auch außerhalb des dargestellten Bereichs)? Erläutern Sie Ihre Überlegungen.

3 Skizzieren Sie den Graphen der Ableitungsfunktion von f und erläutern Sie Ihr Vorgehen.

4 Erläutern Sie das Konzept und die Bedeutung der Ableitung anhand des obigen Graphen.

Mögliche weitere Fragen:

5 Skizzieren Sie den Graphen einer Stammfunktion F von f.
Kann man durch eine Verschiebung von K_f erreichen, dass der Graph der zugehörigen Stammfunktion einen Sattelpunkt hat?

6 Geben Sie einen Wert für a an, sodass die Integralfunktion I mit

$$I(x) = \int_a^x f(t)\,dt$$

genau eine Nullstelle hat.

Stochastik 1

1 Erläutern Sie die Binomialverteilung. Kennen Sie weitere Verteilungen?

Vor einer Landtagswahl machen zwei Meinungsforschungsinstitute MFI1 und MFI2 jeweils eine repräsentative Umfrage. Bei der Umfrage von MFI1 gaben 5,5 % der 1 000 Befragten an, die KLM-Partei zu wählen. Bei der Umfrage von MFI2 gaben dies 4,7 % von 4 000 Befragten an.

2 Inwiefern kann eine solche Umfrage als Binomialverteilung modelliert werden?

3 Für die KLM-Partei geht es darum, die 5 %-Hürde zu erreichen.
Erläutern Sie, welche Bedeutung hierfür die Angabe von Konfidenzintervallen bei den Umfrageergebnissen hat.

4 Die Konfidenzintervalle zu den Sicherheitswahrscheinlichkeiten 90 % und 95 % für die beiden Umfrageergebnisse sind

$I_1 = [4{,}18\ \%\,;5{,}28\ \%]$, $I_2 = [4{,}25\ \%\,;7{,}09\ \%]$, $I_3 = [4{,}09\ \%\,;5{,}40\ \%]$ und $I_4 = [4{,}43\ \%\,;6{,}81\ \%]$.

Ordnen Sie die Intervalle jeweils der Umfrage und Sicherheitswahrscheinlichkeit zu.

Stochastik 2

Der Mathematiklehrer gibt der Klasse als Hausaufgabe, 100-mal einen (idealen) Spielwürfel zu werfen und aufzuschreiben, wie oft die 1, 2, 3, 4, 5 bzw. 6 gefallen ist. Leon und Pia schreiben ihre Ergebnisse an die Tafel:

Leon	1	2	3	4	5	6
Anz.	16	18	15	17	16	18

Pia	1	2	3	4	5	6
Anz.	12	25	22	17	11	13

Der Lehrer behauptet, Leon habe nicht wirklich gewürfelt, sondern sich die Zahlen ausgedacht. Leon verteidigt sich und sagt, dass seine relativen Häufigkeiten doch viel näher an 1/6 liegen als bei Pia.

1 Erläutern Sie anhand dieses Beispiels die Binomialverteilung.

2 Beurteilen Sie den Verdacht des Lehrers und die Verteidigung von Leon.
Beachten Sie dabei, dass $\mu = 16{,}7$ und $\sigma = 3{,}71$ ist.

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**
2.2.1	**Mathematik (eAN)**
	Mündliche Prüfung

Vektorgeometrie 1

1 Erläutern Sie, wie man die Spurpunkte einer Geraden bzw. Ebene bestimmt und damit ihre Lage im räumlichen Koordinatensystem veranschaulicht.

2 Erläutern Sie die Lage einer Geraden/Ebene im Koordinatensystem, die

- genau zwei Spurpunkte besitzt.
- genau einen Spurpunkt besitzt;

Geben Sie jeweils ein Beispiel an.

Mögliche weitere Fragen:

3 Woran erkennt man bei einer Geraden/Ebene, dass sie parallel zu einer Koordinatenachse bzw. Koordinatenebene verläuft?

Vektorgeometrie 2

1 Gegeben ist die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}; t \in \text{IR}$$

Geben Sie eine weitere Gleichung dieser Geraden an, bei der weder der Stützvektor noch der Richtungsvektor mit der gegebenen Darstellung übereinstimmen.

2 Nehmen Sie Stellung zu folgenden Aussagen. Geben Sie gegebenenfalls ein Gegenbeispiel an.

(A) Vervielfachen des Richtungsvektors einer Geraden ändert die Lage der Geraden nicht.

(B) Vervielfachen des Stützvektors einer Geraden ändert die Lage der Geraden nicht.

(C) Wenn zwei Geraden parallel sind, so sind ihre Richtungsvektoren Vielfache voneinander.

(D) Wenn zwei Ebenen E, F parallel sind, so sind die Spannvektoren von F Vielfache von den Spannvektoren von E.

(E) Wenn zwei Ebenen E, F parallel sind, so haben sie denselben Normalenvektor.

Mögliche weitere Fragen:

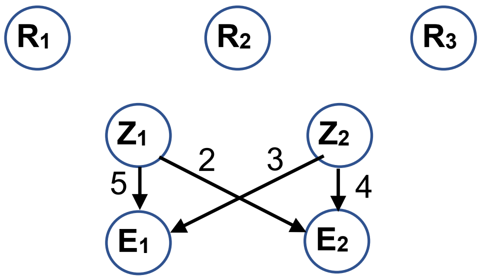
3 Erläutern Sie, wie man den Abstand eines Punktes von einer Geraden bestimmt.
Kennen Sie noch eine weitere Methode?

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**
2.2.1	**Mathematik (eAN)**
	Mündliche Prüfung

Matrizen – Mehrstufige Prozesse

Eine Firma produziert aus drei Rohstoffen R_1, R_2 und R_3 Zwischenprodukte Z_1 und Z_2 und daraus Endprodukte E_1 und E_2.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ & \end{pmatrix};$$



1 Wie viele Mengeneinheiten von R_2 werden für die Herstellung einer Mengeneinheit von Z_1 benötigt?
Vervollständigen Sie die Matrix B sowie das Verflechtungsdiagramm und erläutern Sie die Bedeutung der Matrizen A und B.

2 Erläutern Sie die Matrixmultiplikation anhand des Rohstoffbedarfs für die Produktion des Endprodukts E_1.

3 Geben Sie den Ansatz für die Lösung der folgenden Aufgabe an:
Im Lager sind noch 1 440 ME von R_1 und 1 260 ME von R_2.
Wie viele Endprodukte lassen sich damit herstellen und wie viel von R_3 wird für diese Produktion benötigt?

Mögliche weitere Fragen:

4 Die Firma erhält einen Auftrag über 50 Mengeneinheiten von E_1 und 20 von E_2. Eine Mengeneinheit von R_1 kostet 3 GE und eine ME von R_2 kostet 5 GE.
Berechnen Sie die Rohstoffkosten für diesen Auftrag.

5 Wie setzen sich die variablen Herstellungskosten zusammen?

Matrizen – Übergangsprozesse

Ein Busunternehmen bietet seinen Stammkunden in jedem Jahr dieselbe Auswahl an drei Urlaubszielen Umbrien (U), Venedig (V) und Wien (W) an. Es zeigt sich, dass Urlauber, die in U waren, im Folgejahr zu 20 % wieder dorthin fahren, zu 30 % nach V und zu 50 % nach W. Die Urlauber in V fahren zu 10 % wieder nach V, vom Rest fahren doppelt so viele nach U wie nach W. Von den Urlaubern in W bleiben 40 % ihrem Urlaubsort treu, die anderen verteilen sich gleichmäßig auf U und V.

1 Stellen Sie die Übergangsmatrix A auf.

2 Zu Beginn verteilten sich die 600 Stammkunden gleichmäßig auf die drei Urlaubsorte. Berechnen Sie, mit wie vielen Urlaubern das Busunternehmen gemäß dem vorgegebenen Modell im zweiten Jahr auf der Fahrt nach V rechnen kann.

3

a Erläutern Sie, wie man mithilfe von Matrix-Potenzen die Verteilung der Urlauber auf die einzelnen Orte nach mehreren Jahren bestimmen kann.

b Prüfen Sie, ob das Busunternehmen langfristig mit einer konstanten Verteilung der Stammkunden auf die drei Urlaubsorte kalkulieren kann?
Wenn ja, wie kann man diese Verteilung berechnen?

Mögliche weitere Fragen:

4 Wie kann man berechnen, wie viele Urlauber im 5. Jahr nach W fahren?

5 Nehmen Sie an, der Ort U ist so beliebt, dass alle, die dort Urlaub gemacht haben, im Folgejahr wieder dorthin fahren.
Wie stellt sich dies in der Übergangsmatrix dar und wie wirkt sich das auf die Entwicklung aus?

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**
2.2.1	**Mathematik (eAN)**
	Mündliche Prüfung

Matrizen – Abbildungsmatrizen

1 Geben Sie die Spiegelung an der x_2-Achse in Koordinaten- und in Matrix-Schreibweise an.

2 Erläutern Sie, wie Sie eine Spiegelung an einer Parallelen zur x_2-Achse (z. B. $x_1 = 3$) beschreiben können.

3 Gegeben ist die Abbildung

$$\alpha\colon\ \vec{x}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}.$$

Beschreiben Sie die Abbildung mithilfe von Koordinatengleichungen und interpretieren Sie die Abbildung geometrisch.

4 Gegeben ist die Abbildung

$$\beta\colon\ \vec{x}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a Zeigen Sie, dass der Punkt $P(2|3)$ bei der Abbildung auf sich selbst abgebildet wird.

b Entscheiden Sie anhand der Abbildungsmatrix, um welche Art von Abbildung es sich hierbei handeln könnte?
Beschreiben Sie, wie man dies zeigen kann.

Mögliche weitere Fragen:

5 Zeigen Sie, dass die Abbildung β selbstinvers ist, d. h. $\beta^{-1} = \beta$.

6 Beschreiben Sie, wie Sie den Punkt P bestimmen können, der durch β auf den Ursprung abgebildet wird.

Konzeptionelle Fragen aus allen Themengebieten

1 Erläutern Sie das Konzept des Integrals.

2 Erläutern Sie das Prinzip der Ableitung.

3 Erläutern Sie den Begriff „Wahrscheinlichkeit“.

4 Erläutern Sie, weshalb der Zahl e eine sehr große Bedeutung in der Mathematik zukommt.

5 Erläutern Sie das Prinzip der Transformation von Funktionsgraphen anhand eines selbstgewählten Beispiels.

6 Erläutern Sie die Berechnung und die Bedeutung der unterschiedlichen Arten der Multiplikation in der Vektorgeometrie.

7 Erläutern Sie das Prinzip der Umkehrfunktion.

8 …

9 …

10 …

Bemerkung: Der Anforderungsbereich ergibt sich aus der Antwort des Prüflings, z. B. (Integral)

AB I: Integral = Flächeninhalt
AB II: Integral = Bestandsrekonstruktion
AB III: Integral = Grenzwert einer Summe

Analysis

1 Erläutern Sie das Konzept des Integrals.

Matrizen (profilbezogen)

Ein Busunternehmen bietet seinen Stammkunden in jedem Jahr dieselbe Auswahl an drei Urlaubszielen Umbrien (U), Venedig (V) und Wien (W) an. Es zeigt sich, dass Urlauber, die in U waren, im Folgejahr zu 20 % wieder dorthin fahren, zu 30 % nach V und zu 50 % nach W. Die Urlauber in V fahren zu 10 % wieder nach V, vom Rest fahren doppelt so viele nach U wie nach W. Von den Urlaubern in W bleiben 40 % ihrem Urlaubsort treu, die anderen verteilen sich gleichmäßig auf U und V.

1 Stellen Sie die Übergangsmatrix A auf.

2 Zu Beginn verteilten sich die 600 Stammkunden gleichmäßig auf die drei Urlaubsorte. Berechnen Sie, mit wie vielen Urlaubern das Busunternehmen gemäß dem vorgegebenen Modell im zweiten Jahr auf der Fahrt nach V rechnen kann.

3

a Erläutern Sie, wie man mithilfe von Matrix-Potenzen die Verteilung der Urlauber auf die einzelnen Orte nach mehreren Jahren bestimmen kann.

b Prüfen Sie, ob das Busunternehmen langfristig mit einer konstanten Verteilung der Stammkunden auf die drei Urlaubsorte kalkulieren kann? Wenn ja, wie kann man diese Verteilung berechnen?

Vektorgeometrie

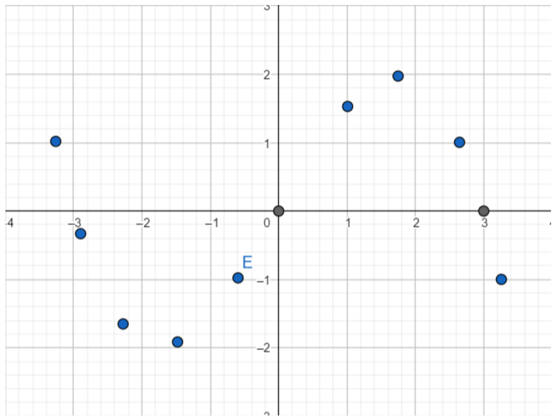
1 Erläutern Sie, wie man die Spurpunkte einer Geraden/Ebene bestimmt und damit ihre Lage im räumlichen Koordinatensystem veranschaulicht.

2 Erläutern Sie die Lage einer Geraden/Ebene im Koordinatensystem, die
- genau zwei Spurpunkte besitzt;
- genau einen Spurpunkt besitzt.

Geben Sie jeweils ein Beispiel an.

Analysis 1

Gegeben sind nebenstehende Messpunkte, die mithilfe einer Funktion modelliert werden sollen.



1 Welche charakteristischen Eigenschaften sollte der Graph der Funktion haben?

2 Klara wählt eine trigonometrische Funktion. Erwin entscheidet sich für eine Polynomfunktion. Beurteilen Sie beide Ansätze.

3 Geben Sie für beide Ansätze einen möglichen Funktionsterm an.

Mögliche weitere Fragen:

4 Erläutern Sie den Begriff „durchschnittliche Änderungsrate“ anhand der Messpunkte.

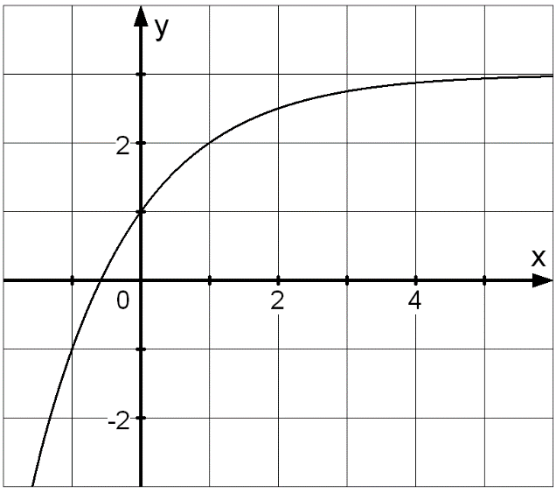
5 Warum benötigt man zur Bestimmung der lokalen Änderungsrate in einem Messpunkt die Modellierungsfunktion?
Erläutern Sie den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate.

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium
2.2.2	**Mathematik (gAN)**
	Mündliche Prüfung

Analysis 2

1 Beschreiben Sie den charakteristischen Verlauf von Exponentialfunktionen der Form $f: f(x) = q^x; q > 0; x \in$ IR.

Gegeben ist der Graph K_g einer Exponentialfunktion g.



2 Beschreiben Sie, wie K_g aus dem Graphen der Funktion $h: h(x) = 2^x$ hervorgeht, und bestimmen Sie einen möglichen Funktionsterm von g.

3 Erläutern Sie, wie Sie die von K_g und den Koordinatenachsen im 2. Quadranten eingeschlossene Fläche berechnen.

Mögliche weitere Fragen:

4 Erläutern Sie, weshalb bei $f: f(x) = q^x;\ x \in$ IR die Basis q positiv sein muss.

5 Erläutern Sie, wie man eine Exponentialfunktion der Form $f: f(x) = q^x; x \in$ IR mithilfe der natürlichen Exponentialfunktion schreiben kann.

Durch welche Transformation geht der Graph von f aus dem Graphen der natürlichen Exponentialfunktion hervor?

6 Erläutern, weshalb der Zahl e eine sehr große Bedeutung in der Mathematik zukommt.

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium
2.2.2	Mathematik (gAN)
	Mündliche Prüfung

Stochastik 1

1 Was versteht man unter einem „Laplace-Experiment"?
Nennen Sie jeweils zwei Beispiele für ein Laplace-Experiment bzw. ein Experiment, das kein Laplace-Experiment ist.

2 In einer Urne befinden sich drei blaue und zwei rote Kugeln. Es werden mit einem Griff zwei Kugeln gezogen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dabei eine blaue und eine rote Kugel gezogen werden?

3 Mithilfe der Urne aus Aufgabe 2 soll ein Zufallsexperiment festgelegt werden, das auf eine Binomialverteilung führt.
Beschreiben Sie hierfür eine Möglichkeit.
Was bedeutet in diesem Zusammenhang $P(X > 3)$?

Mögliche weitere Fragen:

4 Aus der Urne werden nacheinander drei Kugeln gezogen ohne Zurücklegen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim dritten Zug zum ersten Mal eine blaue Kugel gezogen wird?

5 Aus der Urne werden mit einem Griff drei Kugeln gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass darunter mindestens eine rote Kugel ist?

Stochastik 2

In einer Urne befinden sich zwei rote und drei grüne Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen und jeweils die Farbe notiert.

1 Zeichnen Sie ein Baumdiagramm dieses Zufallsexperiments.

2 Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine rote Kugel gezogen wird?

3 Übertragen Sie das Baumdiagramm in eine Vierfeldertafel.

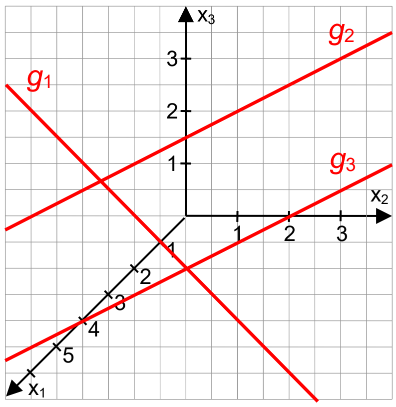
4 Erläutern Sie anhand des Baumdiagramms bzw. der Vierfeldertafel die Begriffe „bedingte Wahrscheinlichkeit" und „Unabhängigkeit von Ereignissen".

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**
2.2.2	**Mathematik (gAN)**
	Mündliche Prüfung

Vektorgeometrie 1

1 Erläutern Sie die unterschiedlichen Lagebeziehungen zweier Geraden im dreidimensionalen Raum.
Welche dieser Lagebeziehungen tritt im Zweidimensionalen (IR^2) nicht auf?

2 Nebenstehende Abbildung zeigt drei Geraden g_1, g_2, g_3 im dreidimensionalen Koordinatensystem.
Welche Aussagen können Sie über die gegenseitige Lage der drei Geraden im Raum treffen?



3 Die Gerade g_3 liegt in der x_1x_2-Ebene.
Geben Sie eine Gleichung von g_3 an.

Mögliche weitere Fragen:

4 Die Gerade g_1 liegt parallel zur x_2x_3-Ebene und schneidet die Gerade g_3.
zu 3 Geben Sie eine Gleichung von g_1 an.

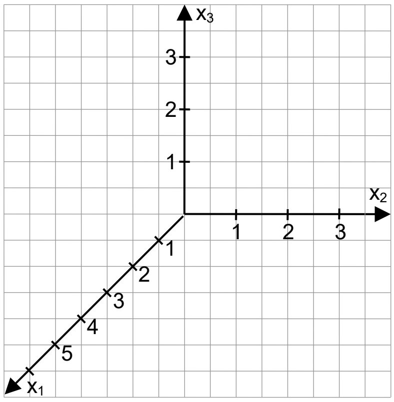
5 Erläutern Sie, wie Sie den Schnittwinkel zweier Geraden berechnen.

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**
2.2.2	**Mathematik (gAN)**
	Mündliche Prüfung

Vektorgeometrie 2

1 Gegeben sind die Punkte $A(2|-1|3), B(4|1|2), C(3|4|0), D(-1|0|2)$.

a Zeichnen Sie das Viereck $ABCD$ in das nebenstehende Koordinatensystem ein.



b Zeigen Sie, dass es sich bei dem Viereck $ABCD$ um ein Trapez handelt.

2 Verändern Sie einen Punkt des Trapezes so, dass ein Parallelogramm entsteht.

3 Erläutern Sie, wie Sie den Flächeninhalt des Parallelogramms bestimmen können.

Mögliche weitere Fragen:

4 Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene, in der das Trapez liegt.

5 Prüfen Sie, ob der Innenwinkel des Trapezes beim Punkt A 90° beträgt.

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**
2.2.2	**Mathematik (gAN)**
	Mündliche Prüfung

Konzeptionelle Fragen aus allen Themengebieten

1 Erläutern Sie das Konzept des Integrals.

2 Erläutern Sie das Prinzip der Ableitung.

3 Erläutern Sie den Begriff „Wahrscheinlichkeit“.

4 Erläutern, weshalb der Zahl e eine sehr große Bedeutung in der Mathematik zukommt.

5 Erläutern Sie das Prinzip der Transformation von Funktionsgraphen anhand eines selbstgewählten Beispiels.

6 Erläutern Sie die Berechnung und die Bedeutung der unterschiedlichen Arten der Multiplikation in der Vektorgeometrie.

7 …

8 …

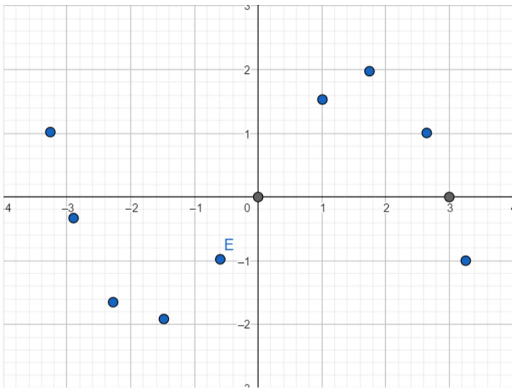
9 …

Bemerkung: Der Anforderungsbereich ergibt sich aus der Antwort des Prüflings, z. B. (Integral)

AB I: Integral = Flächeninhalt
AB II: Integral = Bestandsrekonstruktion
AB III: Integral = Grenzwert einer Summe

Analysis

Gegeben sind nebenstehende Messpunkte, die mithilfe einer Funktion modelliert werden sollen.



1 Welche charakteristischen Eigenschaften sollte der Graph der Funktion haben?

2 Klara wählt eine trigonometrische Funktion. Erwin entscheidet sich für eine Polynomfunktion. Beurteilen Sie beide Ansätze.

3 Geben Sie für beide Ansätze einen möglichen Funktionsterm an.

Stochastik

1 Erläutern Sie den Begriff „Wahrscheinlichkeit“.

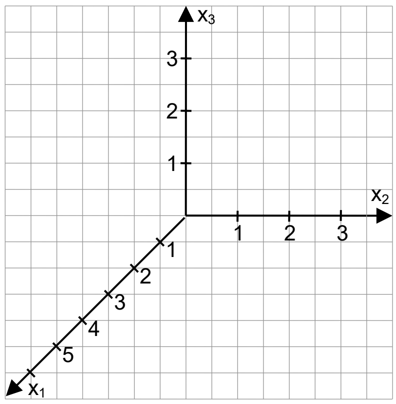
Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium
2.2.2	Mathematik (gAN)
	Mündliche Prüfung (Beispielprüfung)

Vektorgeometrie

1 Gegeben sind die Punkte $A(2|-1|3), B(4|1|2), C(3|4|0), D(-1|0|2)$.

a Zeichnen Sie das Viereck $ABCD$ in das nebenstehende Koordinatensystem ein.

b Zeigen Sie, dass es sich bei dem Viereck $ABCD$ um ein Trapez handelt.



2 Verändern Sie einen Punkt des Trapezes so, dass ein Parallelogramm entsteht.

3 Erläutern Sie, wie Sie den Flächeninhalt des Parallelogramms bestimmen können.

Impressum

Herausgeber:	Land Baden-Württemberg vertreten durch das Institut für Bildungsanalysen (IBBW) Heilbronner Straße 172 70191 Stuttgart Telefon: 0711 6642-0 poststelle@ibbw.kv.bwl.de www.ibbw.kultus-bw.de
Druck und Vertrieb:	Institut für Bildungsanalysen (IBBW) Vertretungsberechtigter: Direktor Dr. Günter Klein Heilbronner Straße 172 70191 Stuttgart Telefon: 0711 6642-0 poststelle@ibbw.kv.bwl.de www.ibbw.kultus-bw.de

.

IBBW
Institut für Bildungsanalysen
Baden-Württemberg

Baden-Württemberg