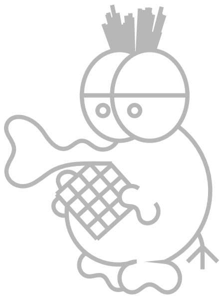
Exposition

Schokoladentafel ~~Mathe~~ liebsch



2BFS1.1.Termumformung

Die Schülerinnen und Schüler rechnen mit Variablen. Sie wenden die Abfolge der Rechenhierarchien und die Rechengesetze an. Sie nutzen Klammern, um Terme mit Variablen zu vereinfachen und Sachzusammenhänge mathematisch darzustellen. Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Rechenfertigkeiten durch die Anwendung der Rechengesetze für Potenzen.

Komplikation

Du bist Mathelehrer und möchtest deine berufsbedingte massive Unbeliebtheit ein wenig verringern, indem du deinen Schülerinnen und Schokoladentafeln mitbringst.
Du kaufst rote, gelbe und blaue Schokoladentafeln ein. Zuerst landen drei rote, zwei gelbe und vier blaue Tafeln in deinem Wagen. Dann bekommst du plötzlich Panik, dass das nicht reichen könnte, und legst noch drei rote Tafeln obendrauf. Im Laden wirft eines deiner Kinder spontan zwei gelbe Tafeln in den Wagen, in der Hoffnung, ein kleines Stück vom Schokoladenuniversum abzubekommen. Beim Einladen ins Auto verschwinden auf mysteriöse Weise drei rote Tafeln. Auf dem Heimweg isst du eine gelbe Tafel, weil der Hunger schon bedrohlich nach dir ruft. Und daheim klaut deine wunderschöne, schokoladenverliebte Frau eine blaue Schokoladentafel, als hätte sie gerade ein galaktisches Artefakt entdeckt.
Gib dazu eine passende mathematische Rechnung an, indem du die folgenden Variablen benutzt:

r: rote Tafel
g: gelbe Tafel
b: blaue Tafel

Ermittle jeweils damit, wie viele Tafeln am Ende jeweils übrig sind.

Peripetie

1 Wir definieren einen Term als einen mathematischer Ausdruck, der aus Zahlen, Variablen, Rechenzeichen und Klammern bestehen kann. Ein Term enthält kein Gleichheitszeichen!

Beim Vereinfachen von Termen gilt:

- Nur gleiche Variablen zusammenfassen
- Potenzschreibweise:
$$\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n\text{-mal}} = a^n$$
- Distributivgesetz:
$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

2 Beim Rechnen mit Klammern gilt:

- Multiplizieren von Summen:
$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$
- Binomische Formeln:
$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$
$$(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$$
- Faktorisieren: Wir wenden das Distriubtivgesetz und die binomischen Formeln rückwärts an.

3 Beim Rechnen mit Potenzen gilt:

- $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
- $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$
- $x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n$
- $\frac{x^n}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^n$
- $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$
- $x^0 = 1$
- $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$

- Giga (G): 10^9
- Mega (M): 10^6
- Kilo (k): 10^3
- Milli (m): 10^{-3}
- Mikro (μ): 10^{-6}
- Nano (n): 10^{-9}

1 Gib an welche Terme identisch sind.

$a \cdot (b + c)$

$a \cdot a \cdot a$ $\quad$ $c \cdot (a + b)$

$c \cdot a + c \cdot b$

$a + b + 2 \cdot a$ $\quad$ $a \cdot b + a \cdot c$

b^4 $\quad$ $b \cdot b \cdot b \cdot b$

a^3 $\quad$ $3 \cdot a \cdot b$ $\quad$ $3 \cdot a + b$

1.1 Fasse die Potenzen jeweils so weit wie möglich zusammen.

1.1.1 $a \cdot a \cdot a$

1.1.2 $b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$

1.1.3 $c \cdot c + c \cdot c \cdot c$

1.1.4 $h \cdot h \cdot h + h \cdot h \cdot h$

1.1.5 $i \cdot i + i - i \cdot i$

1.1.6 $e \cdot e \cdot e \cdot e - e$

1.1.7 $f \cdot f$

1.1.8 $g \cdot g - g \cdot g$

1.1.9 $a \cdot b \cdot c$

1.1.10 $j \cdot j - j \cdot j$

1.2 Berechne jeweils den Wert des Terms für $x = -1$, $y = 2$ und $z = 4$

1.2.1 $2 \cdot x - y$

1.2.2 $x + y + z$

1.2.3 $y \cdot z$

1.2.4 $x^2 \cdot z$

1.2.5 $2 \cdot y^2 + x$

1.2.6 $z : y + x$

1.2.7 $x + y + 2 \cdot z$

1.2.8 $-3 \cdot x - z$

1.2.9 $3,5 \cdot z + 7 \cdot y - 14 \cdot x$

1.2.10 $x^3 + y^2 + z^3$

1.3 Vereinfache jeweils so weit wie möglich

1.3.1 $2 \cdot x - y + 3 \cdot x + y$

1.3.2 $3 \cdot (a + b) - 5 + a$

1.3.3 $a^2 \cdot b - 5 \cdot a^2 \cdot (a - b)$

1.3.4 $\frac{x}{3} + \frac{2}{5} \cdot x - \frac{7}{10} \cdot y$

1.3.5 $0 \cdot 42 + 1 \cdot 42 - 2 \cdot 21 + 3 \cdot 14 - 6 \cdot 7 + 42$

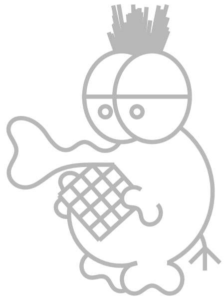
1.3.6 $1 + \frac{5}{2} \cdot \frac{10}{3} - \frac{10}{3} + \frac{6}{1} : \frac{1}{6}$

1.3.7 $(x - 2)^2 - x \cdot (x - 4) + 2^4 \cdot 2 + 2^2 + 2$

1.3.8 $x \cdot y \cdot (z - 2) + 2 \cdot (21 + x \cdot y - 0,5 \cdot x \cdot y \cdot z)$

1.3.9 $\sqrt{25 \cdot 144} - \sqrt{x^2 + 10x + 25} + \sqrt{x^2} - \sqrt{169}$

1.4 Der Schokoladentafelefant isst eine rechteckige Schokoladentafel



Gib an, welche Terme die Fläche der Schokoladentafel beschreiben und berechne die Fläche für $x = 42\text{cm}$.

$x + (x + 3)$

$x + (x + 3) + x + (x + 3)$

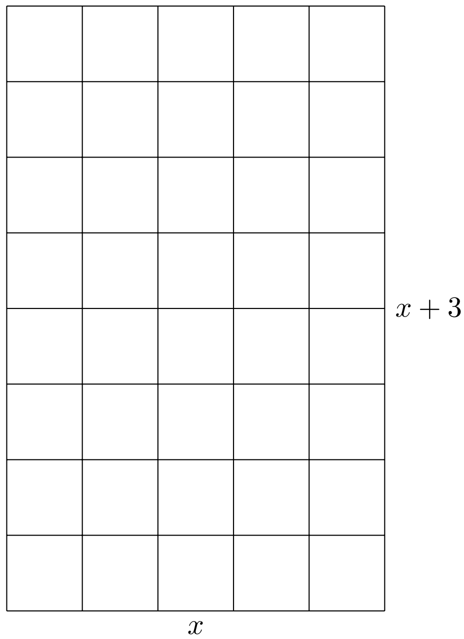
$42 + x$

$x \cdot x + 3$

$4 \cdot x + 6$

$x \cdot x + 3 \cdot x$

$x \cdot (x + 3)$



2 Gib an, welche Terme identisch sind.

$(a-b)\cdot(a+b)$

$(a+b)^2$ $\quad$ $a^2-2\cdot a\cdot b+b^2$

$(a-b)^2$ $\quad$ a^2-b^2

$a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d$ $\quad$ $a^2+2\cdot a\cdot b+b^2$

$(a+b)\cdot(c+d)$

2.1 Gib jeweils den Term ohne Klammern an

2.1.1 $(2\cdot a+3)\cdot(8+4\cdot b)$

2.1.2 $(2+a)\cdot(3-b)$

2.1.3 $(x+y)\cdot(2\cdot x+y)$

2.1.4 $(a-b)\cdot(-2-b)$

2.1.5 $(a+b+c)\cdot(x+y)$

2.1.6 $(2\cdot x-4)\cdot(-y-7)$

2.1.7 $(a+3-b)\cdot(b-a-2)$

2.1.8 $(a-3)\cdot(2+a)\cdot(a-7)$

2.2 Berechne jeweils das Produkt der Summe.

2.2.1 $(x+3)^2$
2.2.2 $(2\cdot y-1)\cdot(2\cdot y+1)$
2.2.3 $\left(\frac{1}{2}-x\right)^2$
2.2.4 $(3\cdot x-4)^2$
2.2.5 $(b+4\cdot a)^2$
2.2.6 $(5-3\cdot y)\cdot(3\cdot y+5)$
2.2.7 $(2\cdot x\cdot y+3\cdot z)^2$
2.2.8 $(\sqrt{10,5}+\sqrt{10,5})^2$

2.3 Ermittle jeweils die faktorisierte Summe.

2.3.1 $8 \cdot a^2 + 2 \cdot a \cdot b$

2.3.2 $x^2 + 8 \cdot x + 16$

2.3.3 $a^2 + a \cdot b + 0,25 \cdot b^2$

2.3.4 $4 \cdot x^2 + 8 \cdot x \cdot y + 4 \cdot y^2$

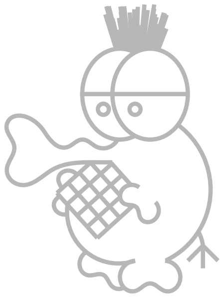
2.3.5 $4 \cdot a^2 - 4 \cdot a \cdot b + b^2$

2.3.6 $x^2 - 8 \cdot x + 16$

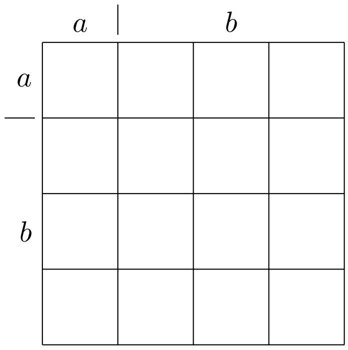
2.3.7 $a^2 + 24 \cdot a \cdot b + 144 \cdot b^2$

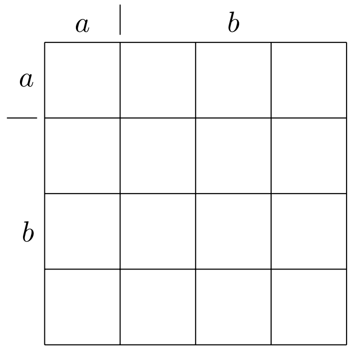
2.3.8 $9 \cdot a^2 + 24 \cdot a \cdot b + 16 \cdot b^2$

2.4 Der Schokoladentafelefant isst eine Schokoladentafel.



Untersuche, wie man die Fläche der Schokoladentafel mit Hilfe von a und b auf zwei verschiedene Arten berechnen kann und welche Termumformung sich daraus ergibt.





3 Gib an welche Terme identisch sind.

$x^n \cdot y^n$ $\quad \frac{1}{x^n}$

$\frac{x^m}{x^n}$ $\quad (x \cdot y)^n$

$\left(\frac{x}{y}\right)^n$

$(x^m)^n$ $\quad x^{-n}$ $\quad \frac{x^n}{y^n}$

x^{m+n} $\quad x^{m-n}$

1 $\quad x^m \cdot x^n$ $\quad x^0$ $\quad x^{m \cdot n}$

3.1 Gib jeweils den vereinfachten Term an.

3.1.1 $x^3 \cdot x^5$

3.1.2 $x^2 + x^3$

3.1.3 $x^3 \cdot y^3$

3.1.4 $\frac{x^7}{y^7}$

3.1.5 $(x^3)^{14}$

3.1.6 x^{3-3}

3.1.7 $x^{-5} \cdot x^2$

3.1.8 $\frac{x^3}{x^8}$

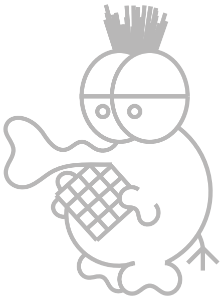
3.2 Gib jeweils in normaler Schreibweise, in Zehnerpotenzschreibweise und mit Präfix an.

a) 2 GHz
b) 3 nm
c) 5 kW
d) 7 MHz
e) 11μ h
f) 15 MB
g) $17 \cdot 10^{3}$ Hz
h) $19 \cdot 10^{-6}$ m
i) $23 \cdot 10^{-9}$ kW
j) $29 \cdot 10^{6}$ Hz
k) $31 \cdot 10^{9}$ h
l) $37 \cdot 10^{-3}$ B
m) 39000000000 Hz
n) 41000000 m
o) 43000 kW
p) $0{,}047$ Hz
q) $0{,}000051$ h
r) $0{,}000000053$ B

3.3 Gib jeweils den vereinfachten Term an.

$$3 \cdot a^3 \cdot a^5 \cdot b \qquad \frac{a^3}{a^5} \qquad \left(\frac{2 \cdot x \cdot y}{5 \cdot z}\right)^3 \qquad (x^2)^3$$

3.4 Der Schokoladentafelefant isst die letzte Schokoladentafel.



Um neue Schokolade zu bestellen beantragt er einen Internetzugang mit einer Leistung von 16 MBit pro Sekunde. Berechne, wie lange er braucht damit um eine Datei mit 10 GByte herunterzuladen, wenn ein Byte aus acht Bit besteht.

1 Berechne jeweils für $x = 42$.

1.1 $10 - 3 \cdot 4 + 8 - 4 : 2 - 3 + 5 \cdot 5 + 2 \cdot (8 + x) + -2 \cdot x$

1.2 $2 \cdot (x + 3) - 3 \cdot (5 - x) - 4 \cdot x + 9$

1.3 $x \cdot 1 - x \cdot 0 + 0 \cdot 1$

2 Berechne für $a = 2;\ \ b = 3$.

$$2 \cdot ((a + b)^2 - (a - b)^2 + (a + b) \cdot (a - b)) + 4$$

3 Berechne die Anzahl der Elefanten (e).

$$\frac{0,1\mathtt{Ge} - 58000\mathtt{ke}}{1\mathtt{M}} + 1000\mathtt{ne} - 1\mu\mathtt{e}$$