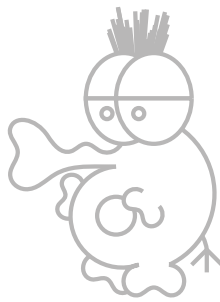


Schokorosinle

~~Mathe liebsch~~

12.11. Verkettung

Die Schülerinnen und Schüler verknüpfen bisher bekannte Funktionen mittels Addition und Multiplikation und erweitern damit sowohl ihre Vorstellung von Rechenoperationen als auch ihr Repertoire an Funktionen. Sie wiederholen die Eigenschaften der bekannten Funktionen und übertragen ihre Strategien zur Funktionsuntersuchung, um exemplarisch die Eigenschaften von Summen- beziehungsweise Produktfunktionen zu ermitteln. Außerdem lernen die Schülerinnen und Schüler die Verkettung

mit linearen inneren Funktionen kennen.

GAN

sowie die Umkehrung von Funktionen kennen und machen Erfahrungen mit dem Konzept der Umkehrfunktion.

eAN



Komplikation

Ein Handtuch, so wusste jeder erfahrene Galaxisreisende, ist nicht nur zum Abtrocknen da - es ist vor allem nützlich, wenn man auf einem fremden Planeten sitzt, in dessen Schwerkraft die Schokorosinen unkontrolliert umherfliegen, und man sich wenigstens noch den letzten Rest Würde bewahren möchte, indem man sie damit elegant auffängt. Eine Schokorosinlefant stellt Schokorosinen aus Trauben (x) her. Er beherrscht drei Funktionen:

$$f(x) = \text{trocknen}(x)$$

$$g(x) = \text{in Tüte packen}(x)$$

$$h(x) = \text{in Schokolade packen}(x)$$

Gib an, mit welcher Programmierung der Schokorosinlefant ein Tüte mit 42 Schokorosinen erzeugt.

$$f(42 \cdot g(h(x)))$$

$$g(42 \cdot g(g(x)))$$

$$f(42 \cdot h(g(x)))$$

$$f(42 + g(h(x)))$$

$$g(42 \cdot f(h(x)))$$

$$g(42 \cdot g(g(x)))$$

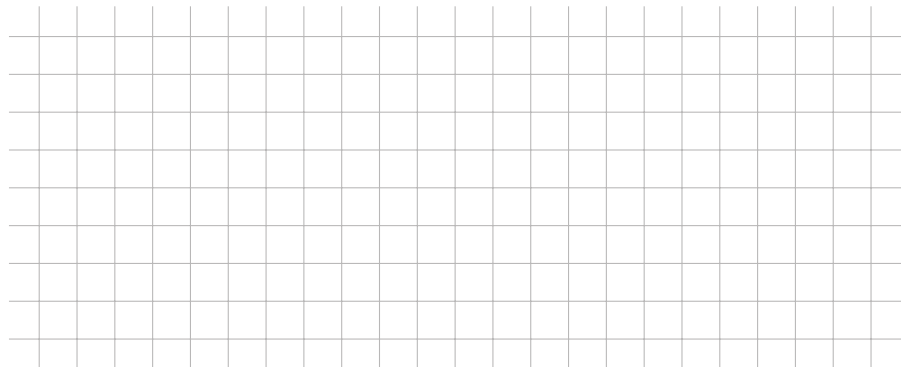
$$g(42 \cdot h(f(x)))$$

$$42 \cdot f(g(h(x)))$$

$$h(42 \cdot f(g(x)))$$

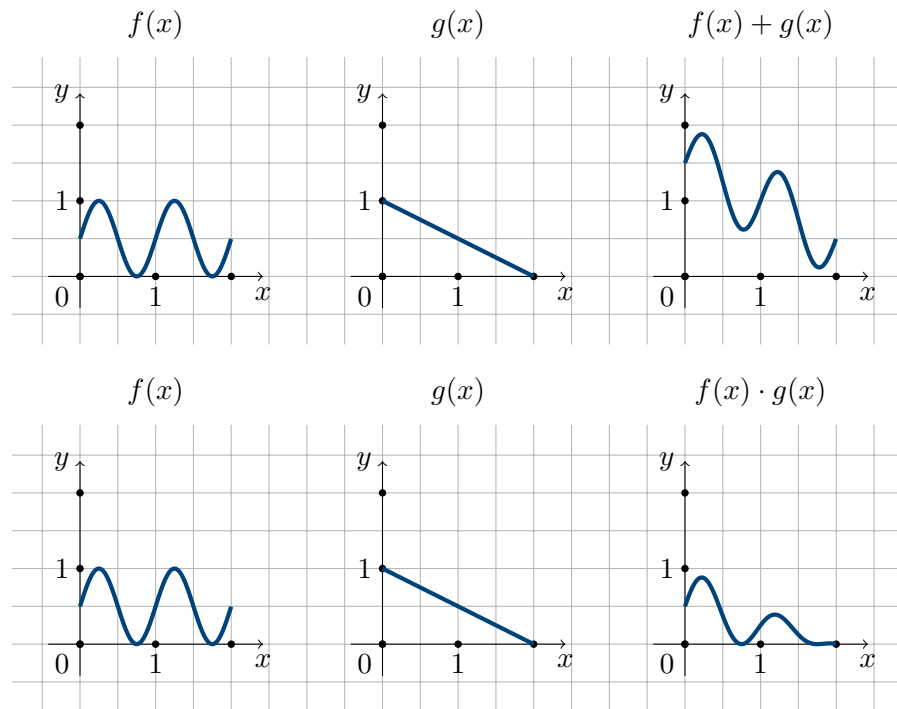
$$h(42 \cdot g(f(x)))$$

$$f(42 \cdot f(f(x)))$$

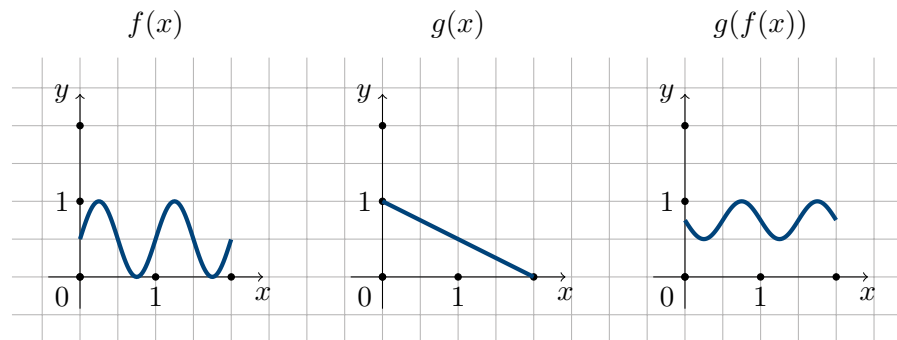


1

- 2 Wir **verknüpfen** Funktionsterme $f(x)$ und $g(x)$ mit Hilfe von Addition und Multiplikation:



Wir **verketteten** Funktionsterme $f(x)$ und $g(x)$:



- 3 Wir bezeichnen $g(x)$ als die **Umkehrfunktion** von $f(x)$ dann und nur dann, wenn gilt:

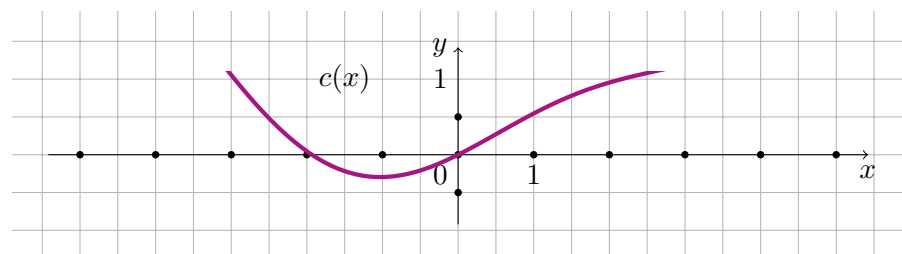
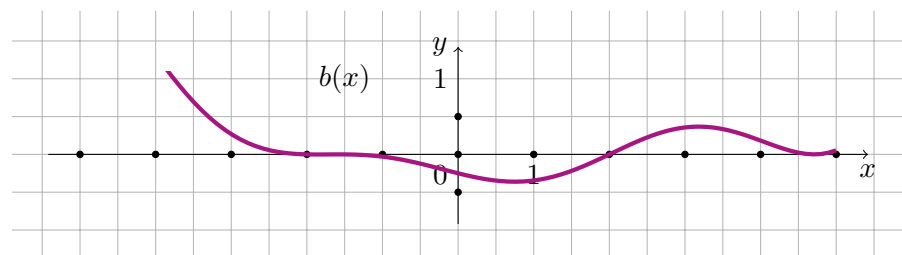
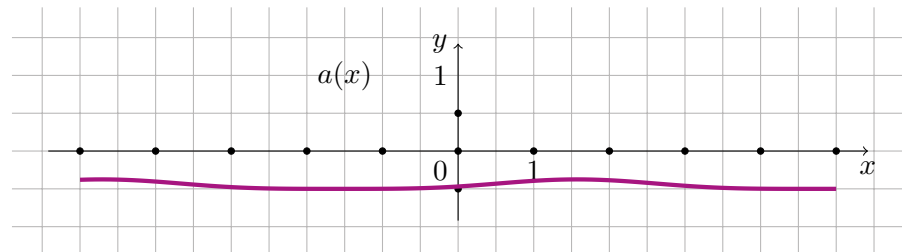
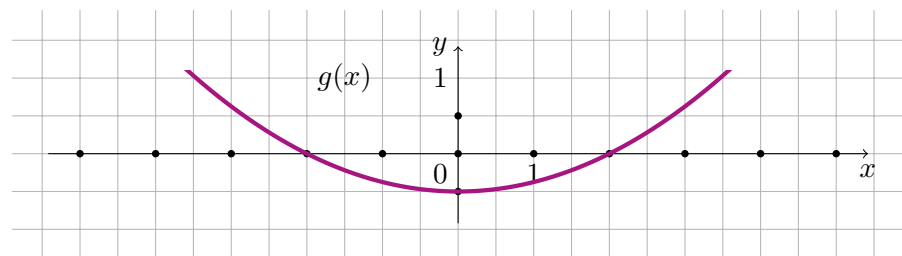
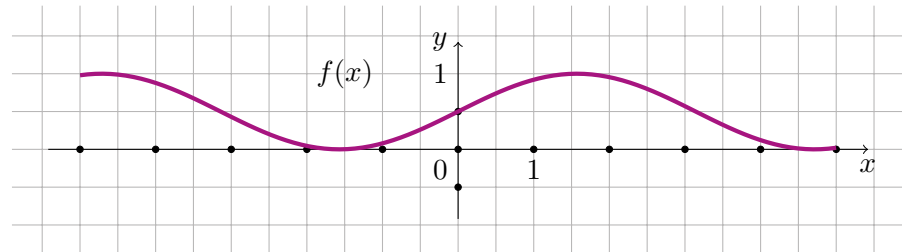
$$f(g(x)) = x = g(f(x))$$

GAN



1

- 2 Gib jeweils an, welches der Schaubilder von $a(x)$; $b(x)$ und $c(x)$ aus der Addition, welches aus der Multiplikation und welches aus der Verkettung der Funktionen von $f(x)$ und $g(x)$ entsteht.



2.1 Gegeben sind die Funktionen f und g mit

$$f(x) = \sin(x); \quad g(x) = 0,5 \cdot x$$

Skizziere jeweils die Schaubilder von:

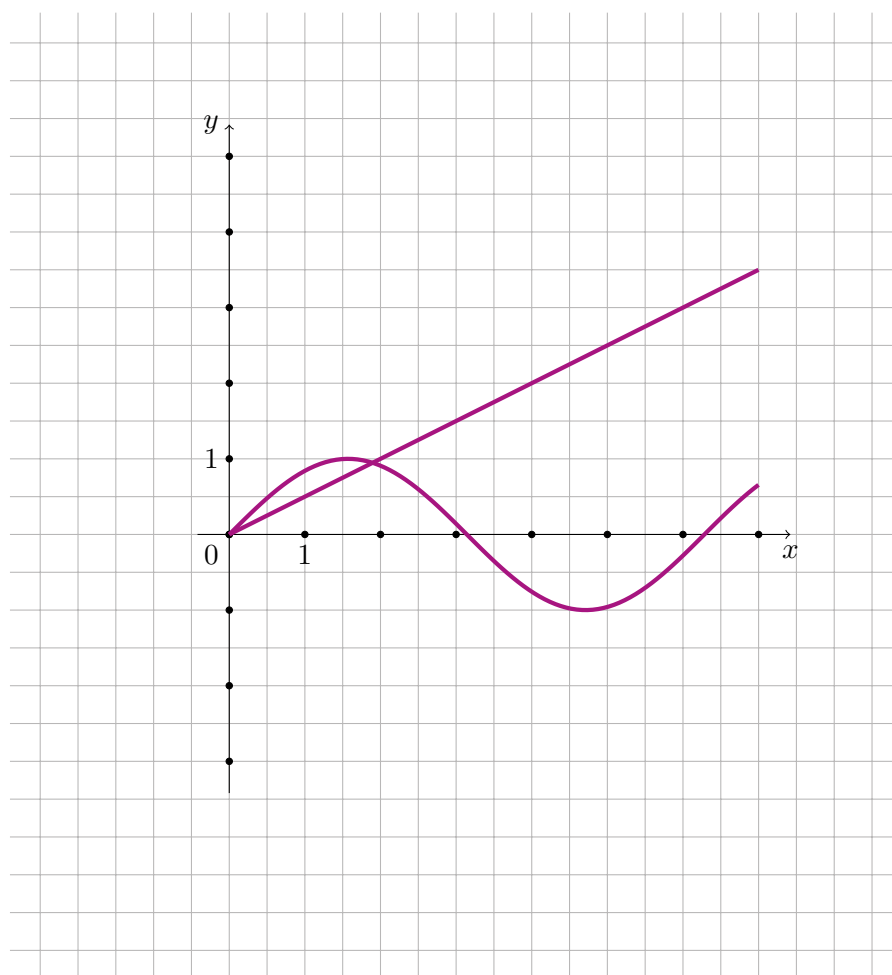
$$a(x) = f(x) + g(x)$$

$$b(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$c(x) = f(g(x))$$

$$d(x) = g(f(x))$$

nichtlineare innere
Funktionen nur im
eAN



2.2 Gib jeweils eine mögliche nichttriviale (Trivial wäre $h(x) = x$) innere Funktion und die zugehörige äußere Funktion der verketteten Funktion an.

$$a(x) = (2x + 1)^4$$

$$b(x) = \sqrt{1 - x}$$

$$c(x) = e^{2 \cdot x}$$

$$d(x) = 3 \cdot \sin(5 \cdot (x + 2))$$



2.3 Untersuche jeweils den Wahrheitsgehalt der Aussage, wenn gilt:

$$f(x) = a(x) \cdot b(x)$$

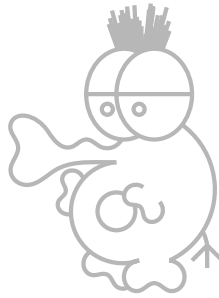
2.3.1 Sind $a(x)$ und $b(x)$ Punktsymmetrisch zum Ursprung, so gilt dies auch für $f(x)$.

2.3.2 Haben $a(x)$ und $b(x)$ Schnittpunkte mit der x -Achse so hat $f(x)$ dieselben Schnittpunkte mit der x -Achse.

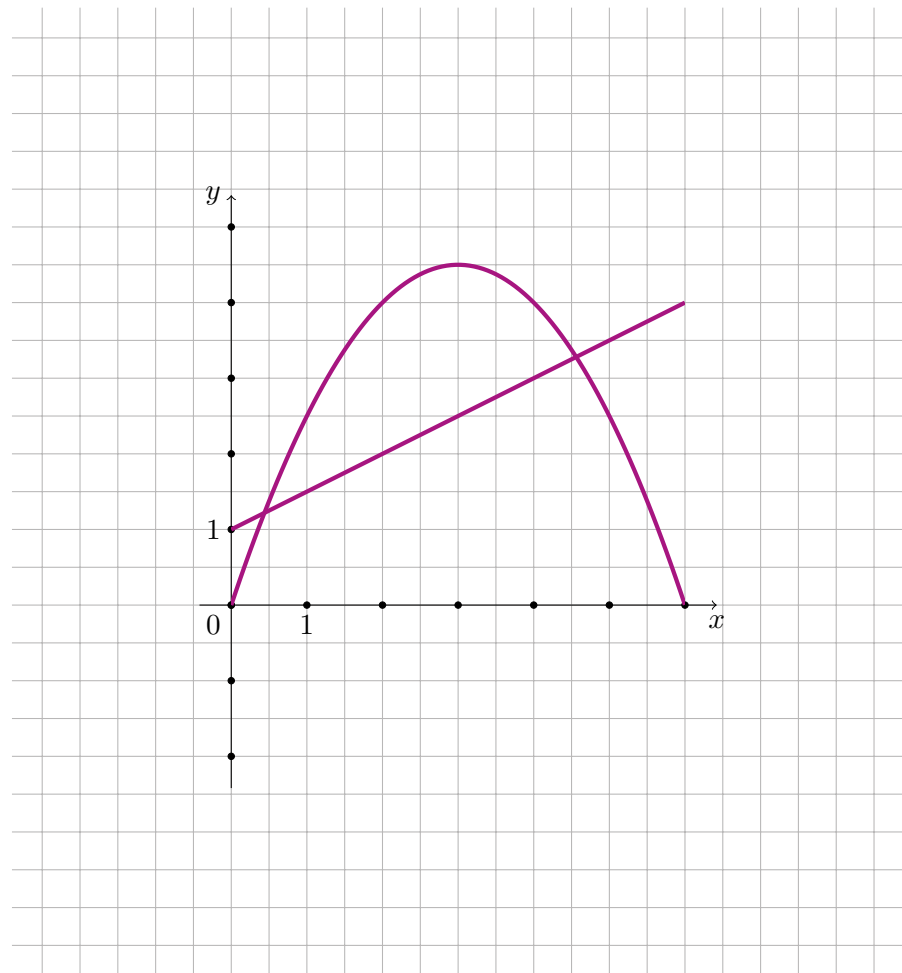
2.3.3 Haben $a(x)$ und $b(x)$ Schnittpunkte mit der y -Achse so hat $f(x)$ dieselben Schnittpunkte mit der y -Achse.



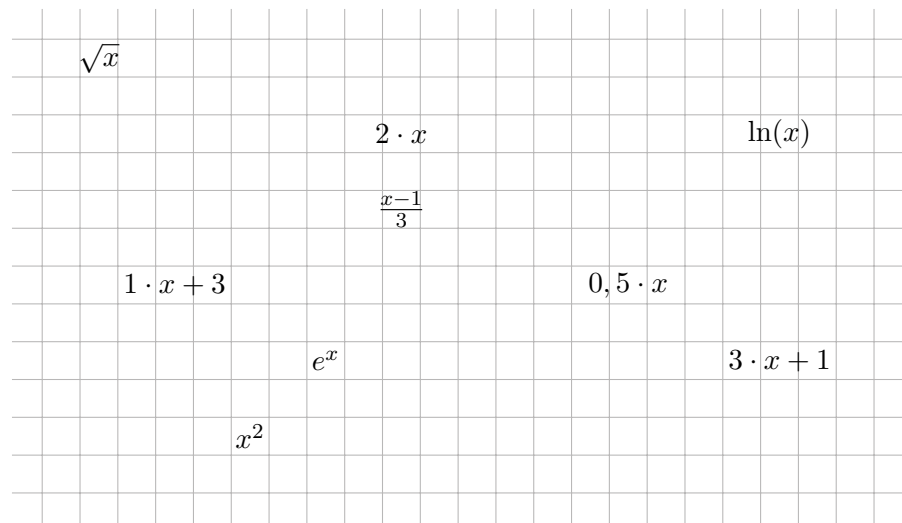
2.4 Der Schokorosinlefant verkauft Schokorosinen.



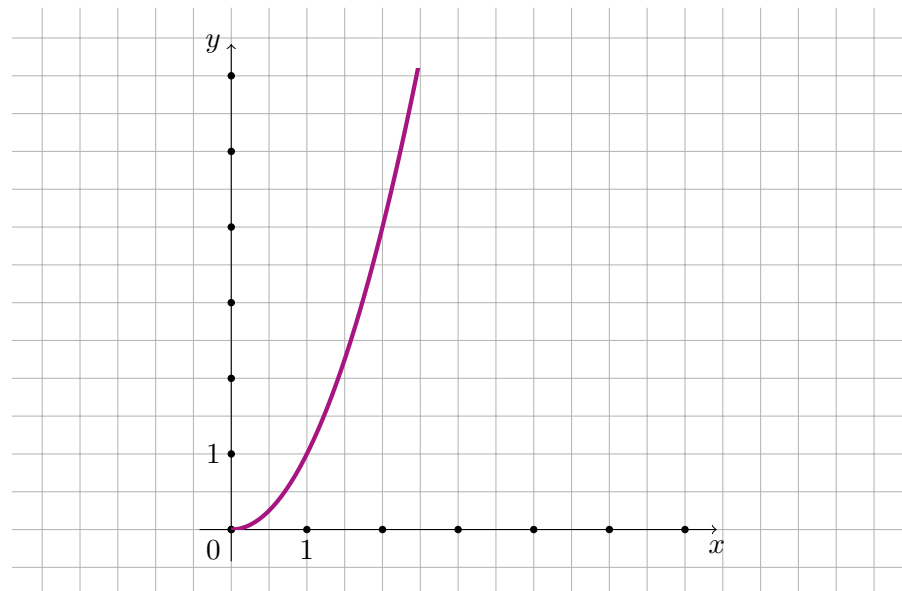
Gegeben ist das parabelförmige Schaubild E der Erlösfunktion und das Schaubild K der linearen Kostenfunktion. Skizziere damit die Gewinnfunktion und gib den zugehörigen Funktionsterm an.



3 Gib an, welche Funktionspaare gegenseitige Umkehrfunktionen sind.



3.1 Gegeben ist das Schaubild von f . Skizziere das Schaubild der Umkehrfunktion g .



3.2 Gib jeweils die Funktionsgleichung einer möglichen Umkehrfunktion für $x > 0$ an.

$$a(x) = 3 \cdot x$$
$$b(x) = x^3$$

$$c(x) = 2 - x$$
$$d(x) = 4 \cdot x + 2$$

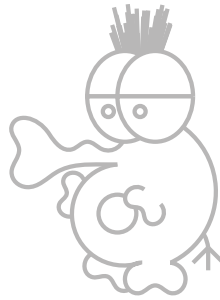


3.3 Ermittle für $a; b \in \mathbb{R}$ die Umkehrfunktion von f , wenn gilt:

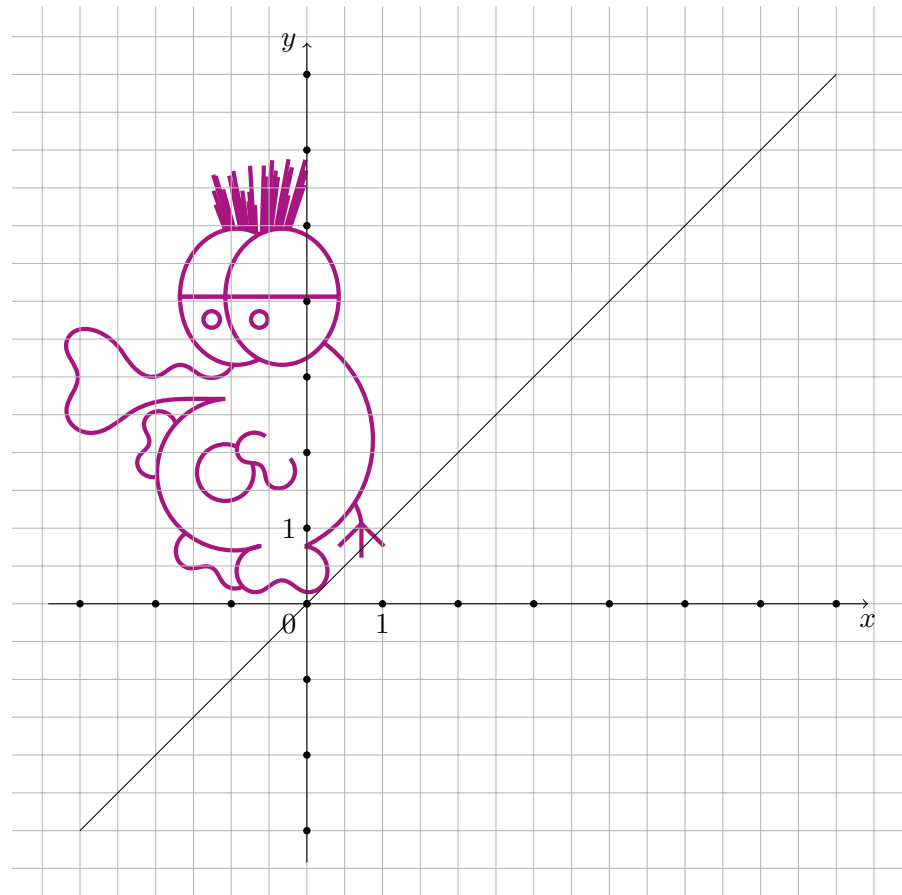
$$f(x) = a \cdot x + b$$



- 3.4 Dem Schokorosinlefant wird übel, weil er zu viele Schokorosinen gegessen hat, und er kippt um.

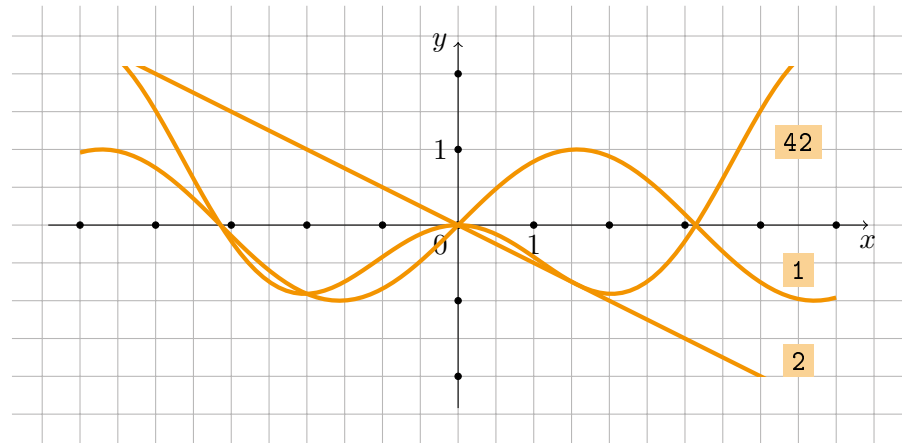


Ermittle zeichnerisch den umgekippten Schokorosinlefant, indem du Schokorosinlefant an der ersten Winkelhalbierenden spiegelst. Erläutere die funktional notwendige Unterteilung des Schokorosinlefanten die notwendig sind um diese Umkipfung rechnerisch zu realisieren.

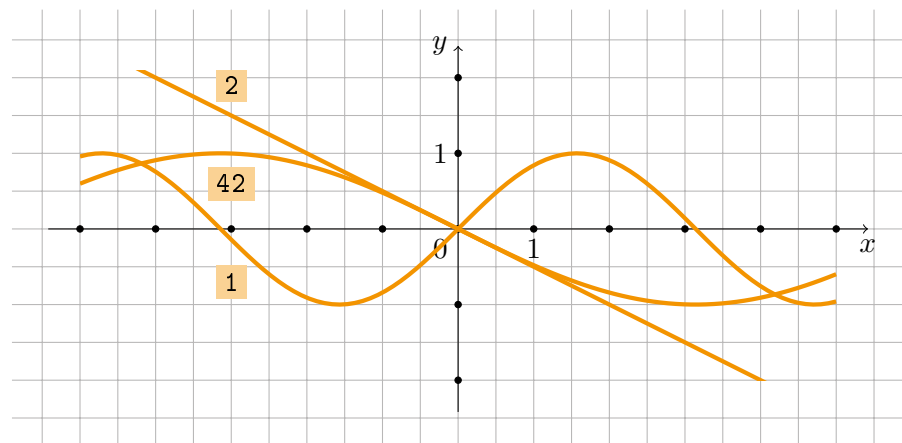


1

2 Gib an, welches Schaubild die Verknüpfung der anderen darstellt.



Gib an, welches Schaubild die Verkettung der anderen darstellt.



3 Ermittle den Wert der Umkehrfunktion von f bei $x = 42$, wenn gilt:

$$f(x) = 42^{-2} \cdot x^3$$

