

Potenzfunktionen

Eine Funktion $f(x)$, deren Funktionsgleichung sich in der Form

$$f(x) = a \cdot x^n \quad n \in \mathbb{N}, a \in \mathbb{R}$$

schreiben lässt, nennt man **Potenzfunktion n-ten Grades**.

Partnerarbeit

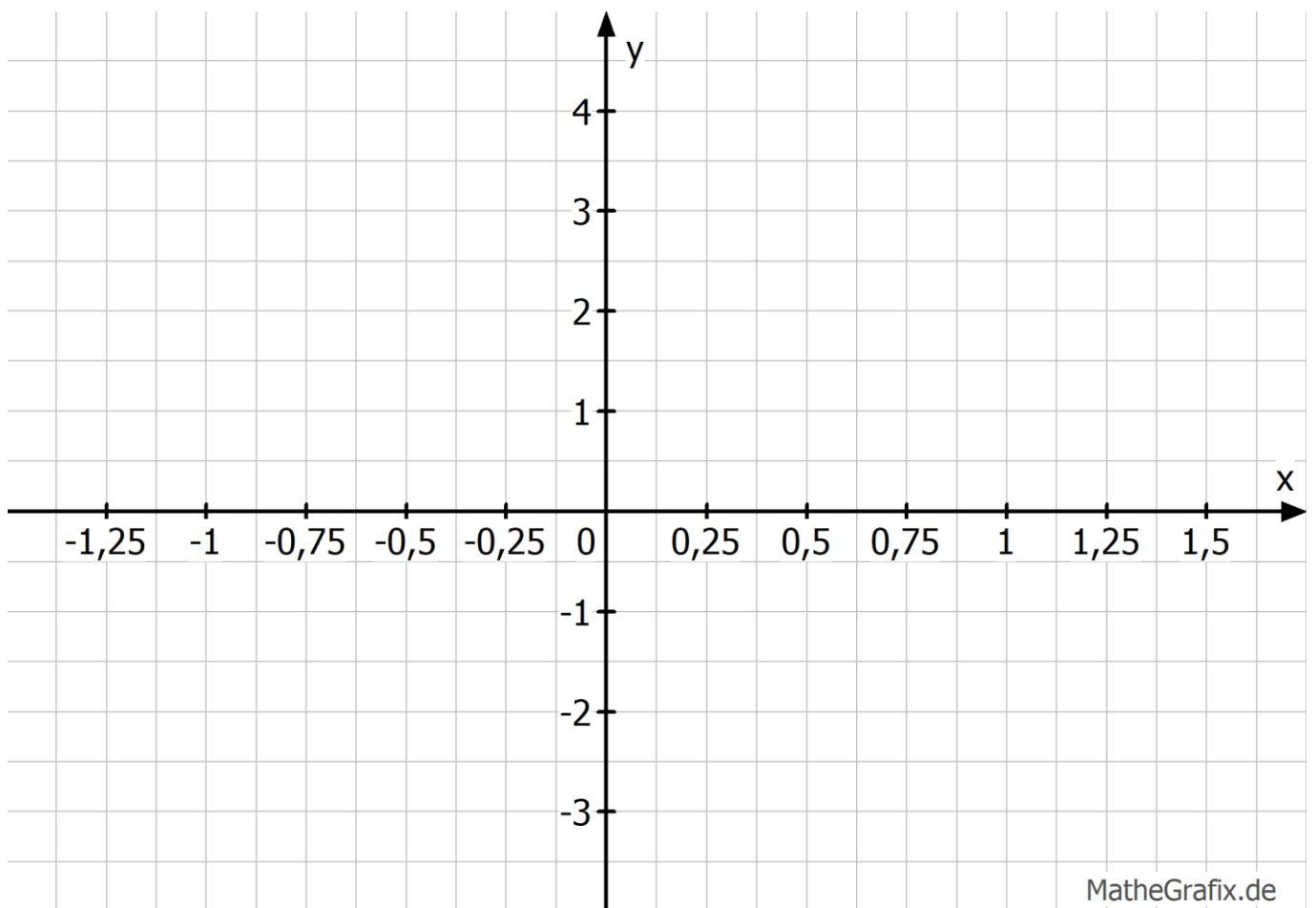
Gerade Exponenten: $g_1(x) = x^2$ $g_2(x) = x^4$ $g_3(x) = x^6$

Ungerade Funktionen: $f_1(x) = x^1$ $f_2(x) = x^3$ $f_3(x) = x^5$

Untersuchen Sie die Graphen der Potenzfunktionen mit geraden bzw. ungeraden Exponenten je nachdem was ihnen zugeteilt wird. Ihr Nebensitzer wird entsprechend die anderen bearbeiten.

Stellen Sie für ihre Funktionen eine Wertetabelle auf und zeichnen Sie die Graphen anschließend in das untenstehende Koordinatensystem.

x	-1,5	-1,25	-1	-0,5	0	0,5	1	1,25	1,5



2. Beantworten Sie folgende Fragen zusammen mit ihrem Nebensitzer, indem Sie ihre Wertetabellen und Schaubilder betrachten und vergleichen. Füllen Sie alles zusammen aus:

a) Welche gemeinsamen Punkte haben die Graphen

alle gerade Exponenten: _____

alle ungerade Exponenten: _____

alle Exponenten: _____

b) Welche Einfluss hat der Grad (der Exponent) auf den Verlauf des Graphen?

gerade Exponenten: _____

ungerade Exponenten: _____

c) Welche Einfluss der Grad (der Exponent) auf die Symmetrie des Graphen?

gerade Exponenten: _____

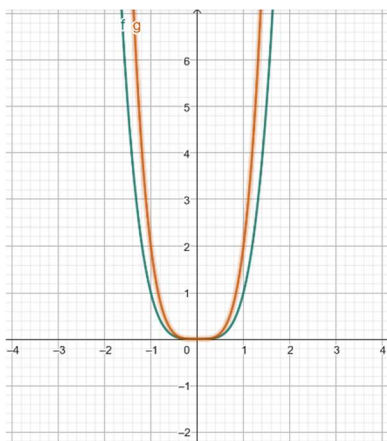
ungerade Exponenten: _____

d) Welche Einfluss der Grad (der Exponent) den Wertebereich der Funktion?

gerade Exponenten: _____

ungerade Exponenten: _____

Gegeben sind die Funktionen $f(x) = x^b$ und $g(x) = a \cdot x^b$ mit $a \in \mathbb{R}$ und $b \in \mathbb{Z}$

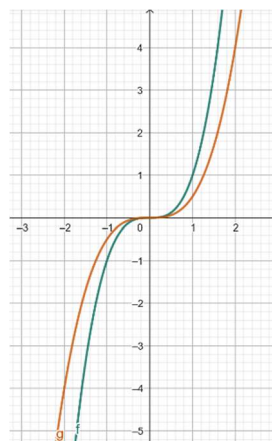


Kreuze die richtigen Aussagen an:

b gerade	b ungerade	
b positiv	b negativ	
a > 1	a < 1	

Es gilt

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) &= \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \end{aligned}$$

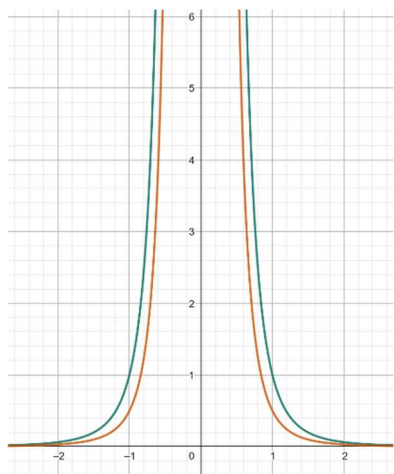


Kreuze die richtigen Aussagen an:

b gerade	b ungerade	
b positiv	b negativ	
a > 1	a < 1	

Es gilt

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) &= \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \end{aligned}$$

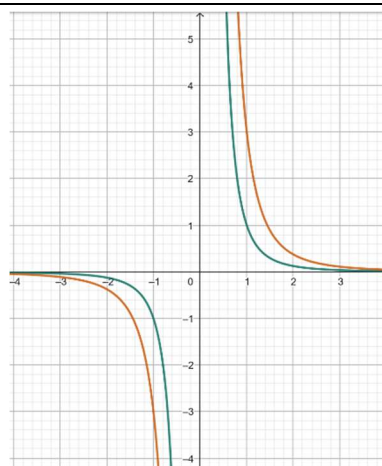


Kreuze die richtigen Aussagen an:

b gerade	b ungerade	
b positiv	b negativ	
a > 1	a < 1	

Es gilt

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) &= \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \end{aligned}$$



Kreuze die richtigen Aussagen an:

b gerade	b ungerade	
b positiv	b negativ	
a > 1	a < 1	

Es gilt

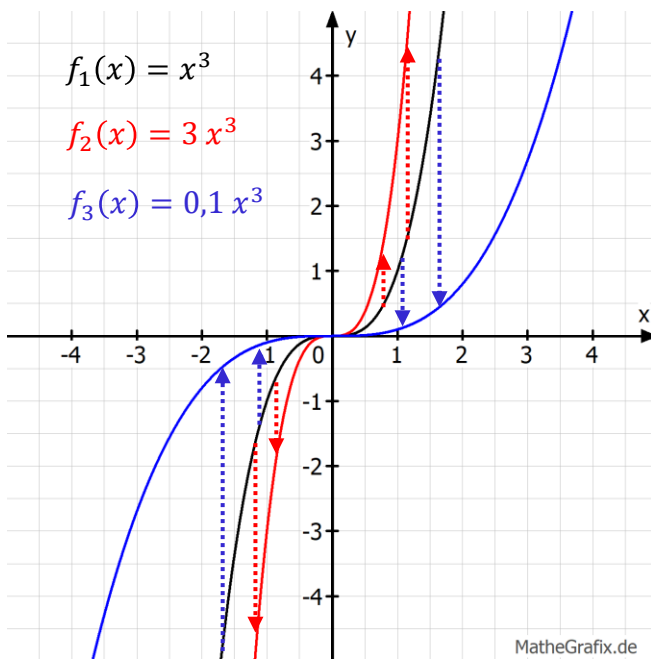
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) &= \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \end{aligned}$$

Transformationen von Funktionsgraphen

Streckung und Stauchung des Graphen

Gegeben sei eine Potenzfunktion der Form:

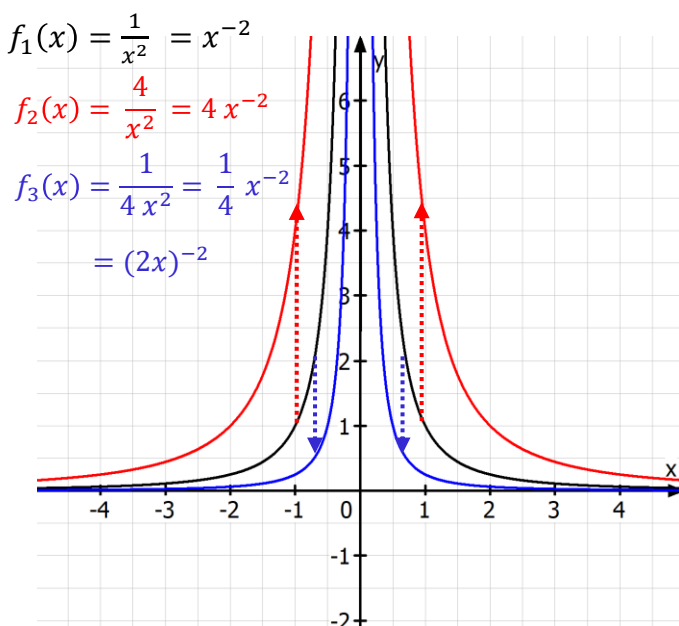
$$f(x) = a x^k \quad \text{mit } a \in \mathbb{R} \text{ und } k \in \mathbb{Z}$$



Bei $a > 1$ wird der der Funktionsgraph in x-Richtung gestaucht (wird schmaler), da nun jedem x-Wert ein (betragsmäßig) größerer y-Wert zugeordnet wird.

Bei $0 < a < 1$ wird der der Funktionsgraph in x-Richtung gestreckt (wird breiter), da nun jedem x-Wert ein (betragsmäßig) kleinerer y-Wert zugeordnet wird.

Das Grenzwertverhalten bleibt erhalten.



Dies gilt auch für Potenzfunktionen mit **negativem** Exponenten.

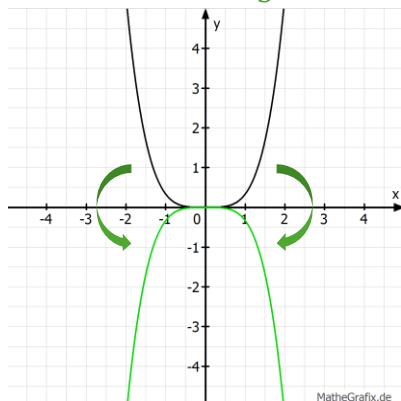
Hier muss allerdings darauf geachtet werden, ob der Streckungsfaktor a im Zähler oder Nenner steht.

Negativer Vorfaktor

Ein negatives Vorzeichen des Vorfaktors bewirkt eine Spiegelung des Graphen an der x-Achse, da nun das Vorzeichen des y-Werts getauscht wird ($+ \rightarrow -$ bzw. $- \rightarrow +$). Das Grenzwertverhalten ändert somit auch das Vorzeichen.

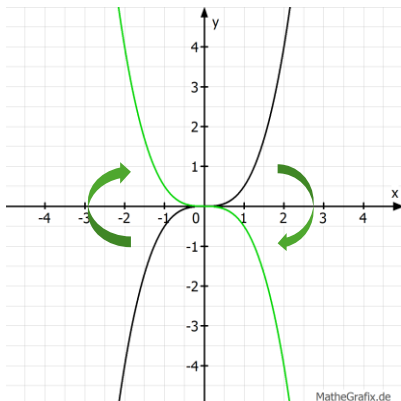
$$f_1(x) = \frac{1}{3}x^4$$

$$f_2(x) = -\frac{1}{3}x^4$$



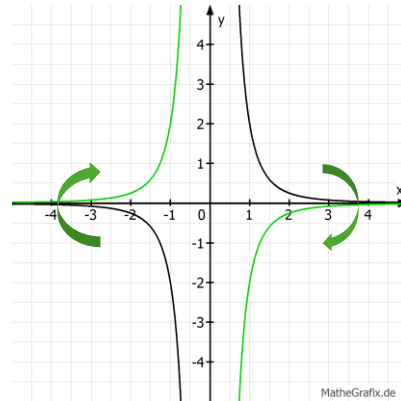
$$f_1(x) = 0,5 x^3$$

$$f_2(x) = -0,5 x^3$$



$$f_1(x) = 2 x^{-3}$$

$$f_2(x) = -2 x^{-3}$$



Verschiebung des Graphen

Gegeben sei eine Potenzfunktion der Form:

$$f(x) = a(x - b)^k + c \quad \text{mit } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ und } k \in \mathbb{Z}$$

Eine Veränderung von **c** bewirkt eine Verschiebung in **y-Richtung**:

c > 0: Verschiebung nach **oben**

c < 0: Verschiebung nach **unten**

Eine Veränderung von **b** bewirkt eine Verschiebung in **x-Richtung**:

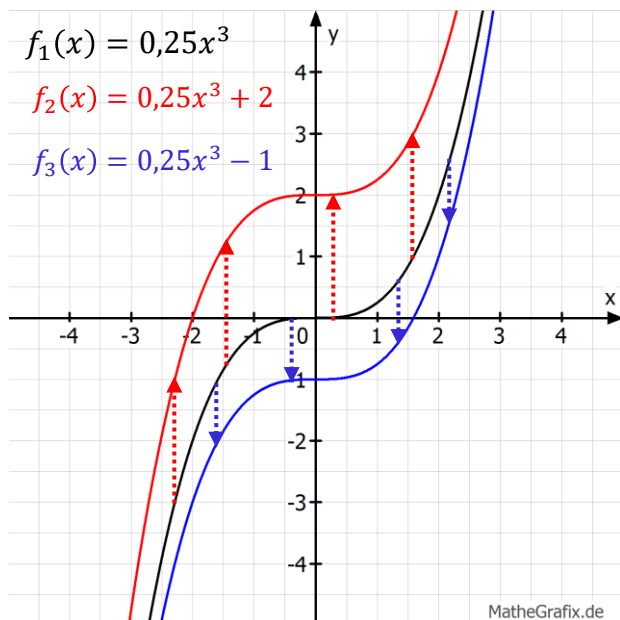
b > 0: Verschiebung nach **rechts**

b < 0: Verschiebung nach **links**

$$f_1(x) = 0,25x^3$$

$$f_2(x) = 0,25x^3 + 2$$

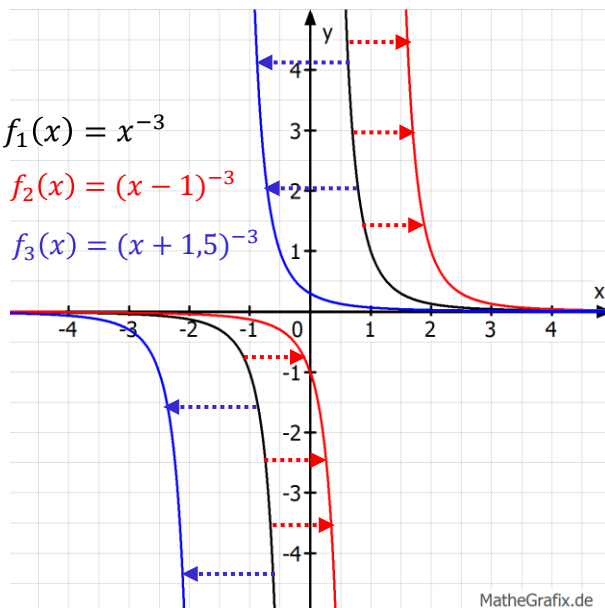
$$f_3(x) = 0,25x^3 - 1$$



$$f_1(x) = x^{-3}$$

$$f_2(x) = (x - 1)^{-3}$$

$$f_3(x) = (x + 1,5)^{-3}$$

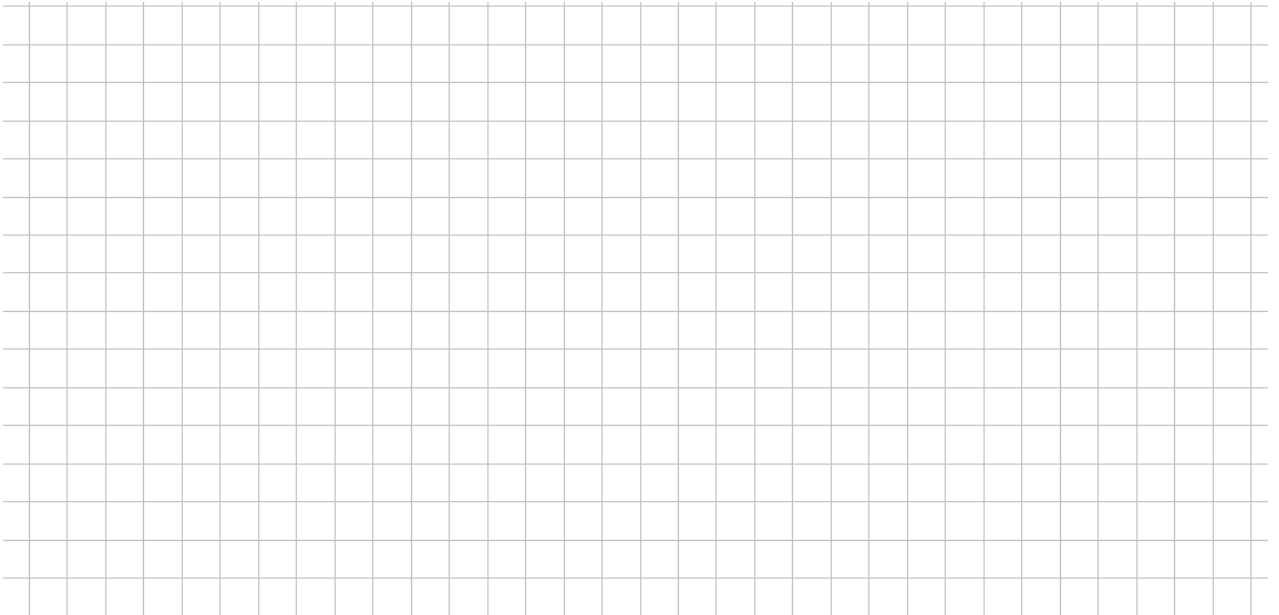


Übungsaufgaben

1. Geben Sie die jeweiligen Transformationen in Bezug auf den Graphen der Funktion f an:

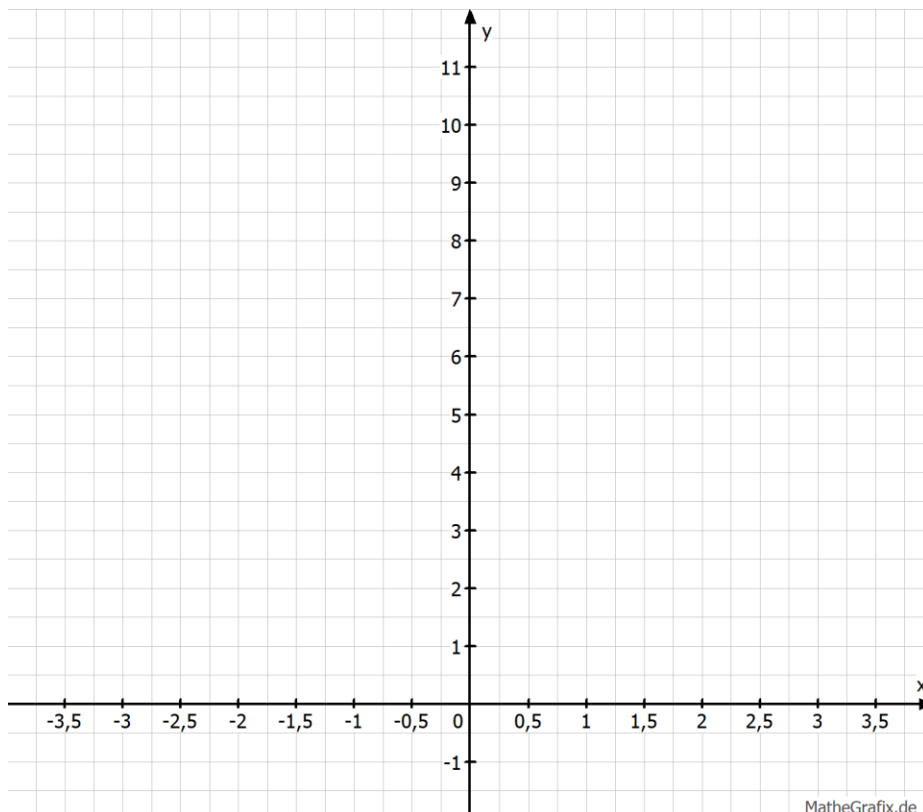
a) $f(x) = x^3$ $f_1(x) = x^3 + 3$ $f_2(x) = -(x - 1)^3$ $f_3(x) = \frac{1}{5}x^3$

b) $f(x) = \frac{1}{x^4}$ $f_1(x) = \frac{2}{x^4}$ $f_2(x) = \frac{1}{4x^4} - 1$ $f_3(x) = -(x + 4)^{-4}$



2. **Skizzieren** Sie die Graphen der Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem.

$f(x) = x^4$ $g(x) = 0,5 x^4$ $h(x) = (x - 2)^4 + 1$



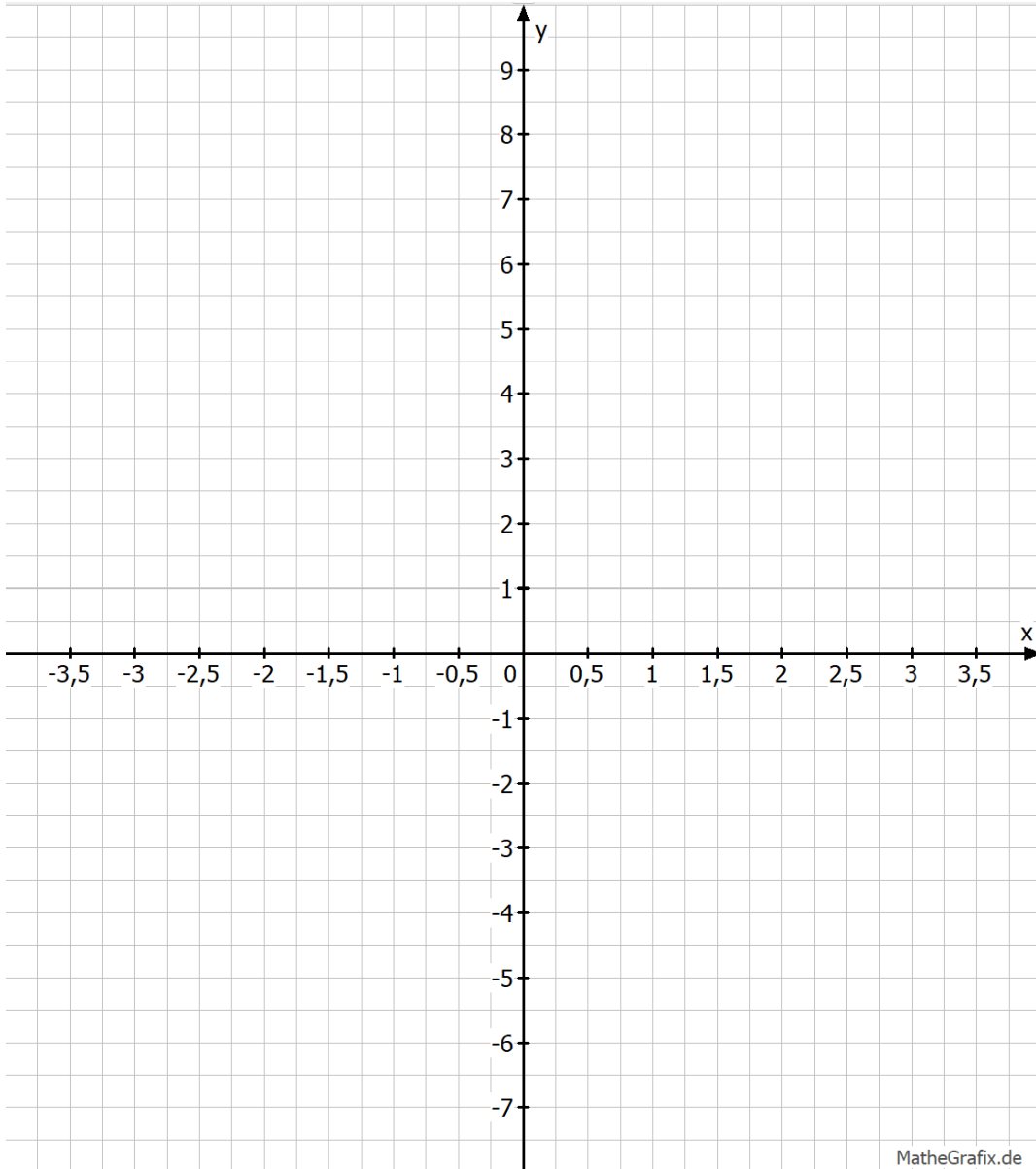
Übungsaufgaben

3. **Skizzieren** Sie die Graphen der Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem und geben Sie die Asymptoten an.

$$f(x) = x^{-3}$$

$$g(x) = 4 x^{-3}$$

$$h(x) = \frac{1}{(x+1)^3} - 2$$



In einer Firma war Herr Schluri lange für Berechnungen zuständig. Jetzt ist er in Rente und hat er nur einen Teil seiner Daten gesichert. Da bald eine Inventur ansteht wurden Sie als neue*r Praktikant*in damit beauftragt die verlorenen Daten wieder herzustellen.

Aufgabe 1

Ergänzen Sie die Tabellen mit den verlorenen Werten und schreiben Sie ihre eigenen Spicker für eine **Funktion**, welche die verlorenen Daten aus den noch erhaltenen Daten wiederherstellt.

Datensatz A

x	y
0,5	1,75
2	2,5
5	4
7	5
8	5,5

x	y
	0
	1
	3
	4,5
	6

A
Schluris Spicker

$$f(x) = a x + b$$

$$a = ?, b = ?$$

Datensatz B

x	y
0	0
2	1
3	2,25
6	9

x	y
	0
	0,25
	4
	6,25
	12,25

B
Schluris Spicker

$$g(x) = a x^2 + b$$

$$a = ?, b = ?$$

A
B

In einer Firma war Herr Schluri lange für Berechnungen zuständig. Jetzt ist er in Rente und hat er nur einen Teil seiner Daten gesichert. Da bald eine Inventur ansteht wurden Sie als neue*r Praktikant*in damit beauftragt die verlorenen Daten wieder herzustellen.

Aufgabe 1

Ergänzen Sie die Tabellen mit den verlorenen Werten und schreiben Sie ihre eigenen Spicker für eine **Funktion**, welche die verlorenen Daten aus den noch erhaltenen Daten wiederherstellt.

Datensatz A

x	y
0	1,5
2	2,5
5	4
7	5
8	5,5

x	y
	0
	1
	3
	4,5
	6

A
Schluris Spicker
 $f(x) = 0,5x + b$
 $b = ?$

Datensatz B

x	y
0	0
1	0,25
3	2,25
6	9

x	y
	0
	1
	4
	6,25
	12,25

B
Schluris Spicker
 $g(x) = 0,25x^2 + b$
 $b = ?$

Grid area for student work.

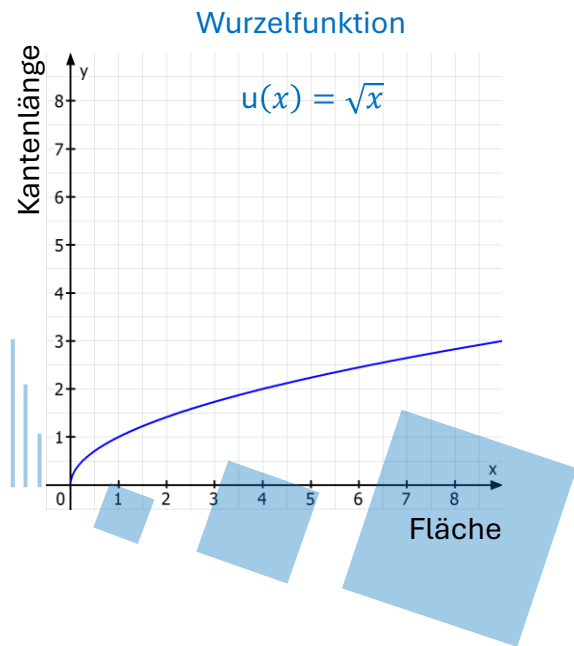
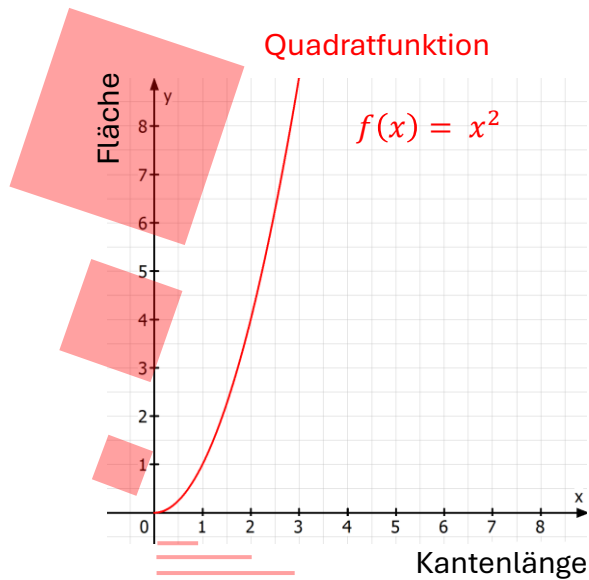
A

B

Umkehrfunktionen

Die Funktion die **y zurück auf x** abbildet, wird die **Umkehrfunktion** der **Funktion**, welche **ursprünglich x auf y** abgebildet hat, genannt.

Ein Beispiel ist die Wurzelfunktion $u(x) = \sqrt{x}$ als Umkehrfunktion der Quadratfunktion $f(x) = x^2$. Da die Quadratfunktion die Kantenlänge eines Quadrats auf seinen Flächeninhalt abbildet, bildet ihre Umkehrfunktion, die Wurzelfunktion, den Flächeninhalt auf die Kantenlänge des Quadrats ab.



Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Umkehrfunktionen der folgenden Funktionen und geben sie ihren Definitionsbereich an:

a) $f(x) = 8x^3$

b) $g(x) = x^{-4} \quad x > 0$

c) $h(x) = ax^k \quad a, x > 0, k \in \mathbb{Q}$

Grid area for solving the task.

Aufgabe 3

- a) Zeichnen Sie die ursprünglichen Funktionen (von Herrn Schluris Spickern) und die entsprechenden Umkehrfunktionen (von ihren eigenen Spickern) für beide Datensätze aus Aufgabe 1 jeweils in ein gemeinsames Koordinatensystem.
- b) Bestimmen Sie den geometrischen Zusammenhang zwischen der Funktion und ihrer Umkehrfunktion

